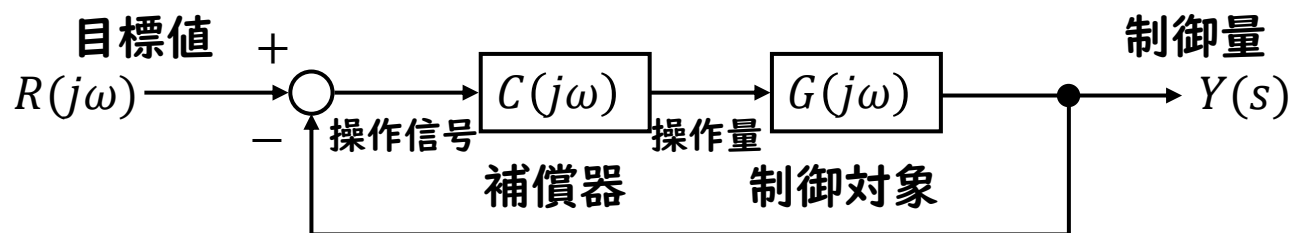


電験三種 オンライン講座

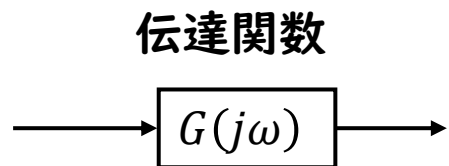
機械 過去問解説(5) 自動制御

ブロック線図

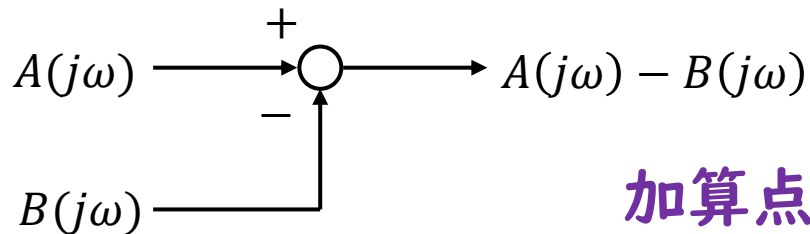
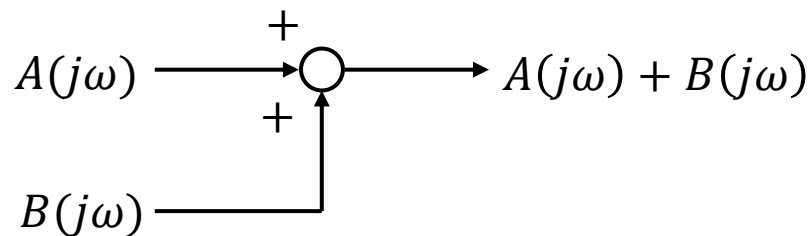
制御系を構成している各機能を“ブロック”といい、各ブロックを信号の流れを表す線で結んだものを“ブロック線図”という



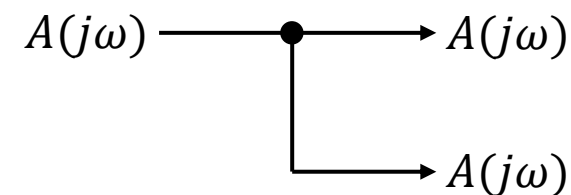
- ※気をつけること
- 時間の概念はない
→ 入力が先、出力が後と考えない
 - 信号は減らない
→ 分岐しても値は変化しない



基本構成



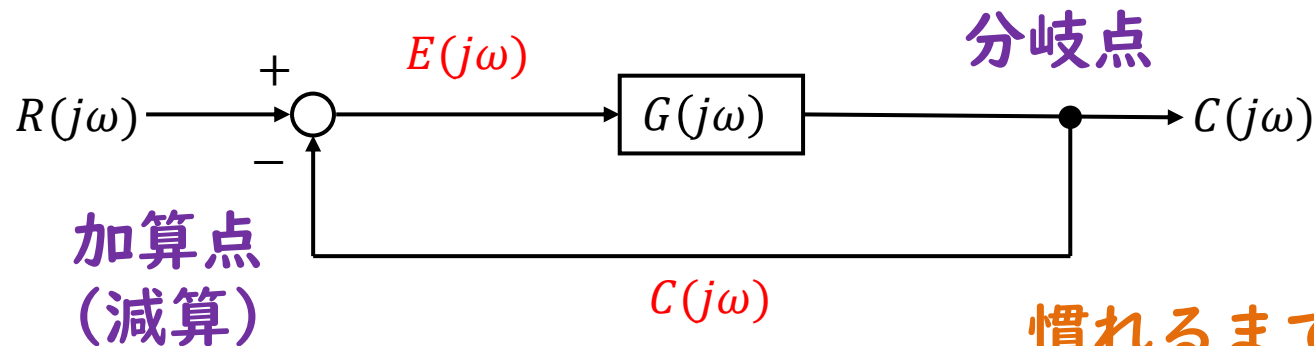
加算点



分岐点

フィードバックの伝達関数

伝達関数を通った信号を入力側に帰還するような制御系をフィードバック
と言い、制御系を安定にするための制御手法である



入力側に加算点 (減算)
出力側に分岐点

慣れるまでは $E(j\omega)$ を起点に導出する

フィードバック系
の伝達関数

$$C = \frac{G}{1 + G} R$$

$$C = GE$$
$$E = R - C$$

$$C = G(R - C) \rightarrow C + GC = GR$$

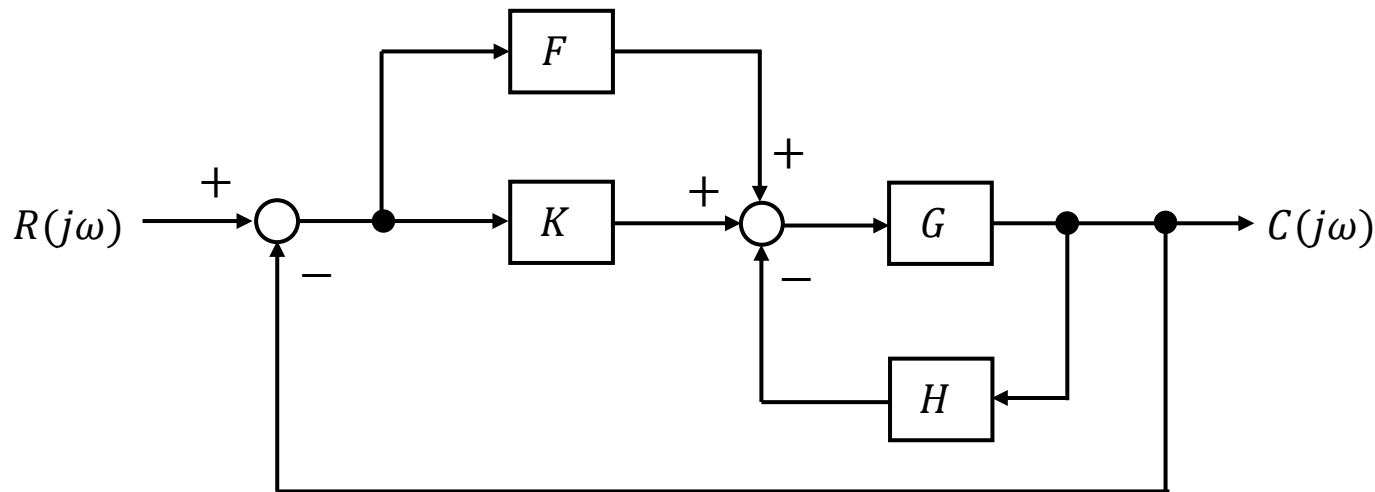
$$\therefore C = \frac{G}{1 + G} R$$

H14 問10

図のようなブロック線図で示す制御系がある。入力信号 $R(j\omega)$ と出力信号 $C(j\omega)$ 間の合成の周波数伝達関数 $\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)}$ を示す式として、正しいのは次のうちどれか。

(1) $\frac{G(F+K)}{1+G(H+F+K)}$ (2) $\frac{G(F-K)}{1+G(H+F-K)}$ (3) $\frac{G(F+K)}{1-G(H+F+K)}$

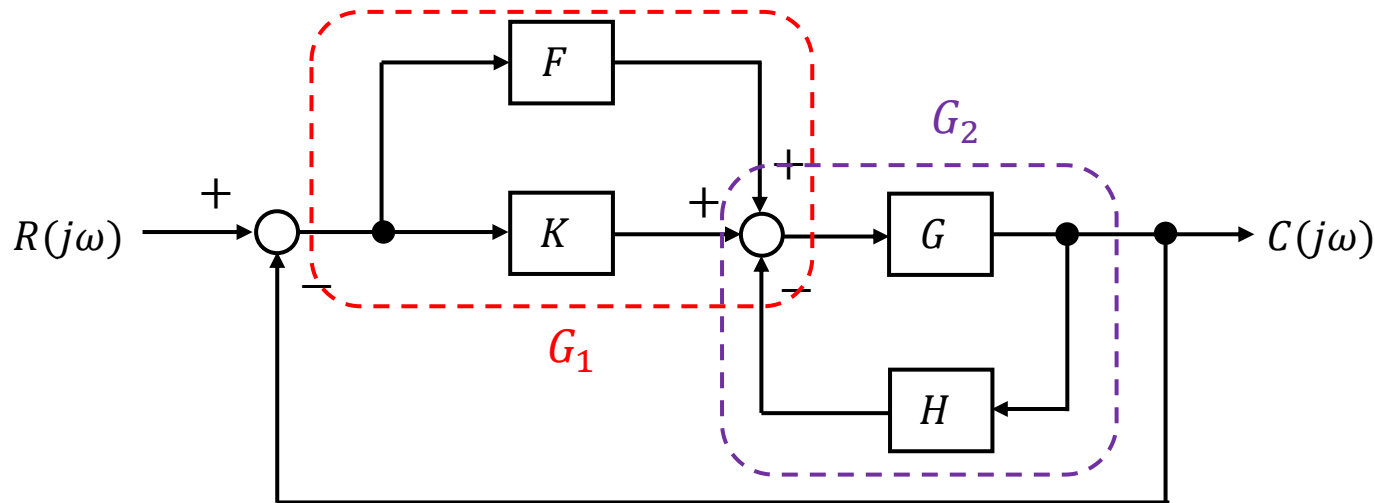
(4) $\frac{GH(F+K)}{1-GH(H+F+K)}$ (5) $\frac{GHK}{1+G(H+F+K)}$



H14 問10

図のようなブロック線図で示す制御系がある。入力信号 $R(j\omega)$ と出力信号 $C(j\omega)$ 間の合成の周波数伝達関数 $\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)}$ を示す式として、正しいのは次のうちどれか。

- (1) $\frac{G(F+K)}{1+G(H+F+K)}$ (2) $\frac{G(F-K)}{1+G(H+F-K)}$ (3) $\frac{G(F+K)}{1-G(H+F+K)}$
 (4) $\frac{GH(F+K)}{1-GH(H+F+K)}$ (5) $\frac{GHK}{1+G(H+F+K)}$



$$G_1 = K + F$$

$$G_2 = \frac{G}{1 + GH}$$

$$C(j\omega) = \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2} R(j\omega)$$

$$\frac{C(j\omega)}{R(j\omega)} = \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2} = \frac{(K + F) \frac{G}{1 + GH}}{1 + (K + F) \frac{G}{1 + GH}}$$

$$= \frac{(K + F) \frac{G}{1 + GH}}{1 + (K + F) \frac{G}{1 + GH}} \times \frac{1 + GH}{1 + GH} = \frac{(K + F)G}{1 + GH + (K + F)G}$$

$$= \frac{(K + F)G}{1 + GH + GK + GF} = \frac{(F + K)G}{1 + G(H + F + K)}$$

H19 問17

(a) 図1は、抵抗 R と静電容量 C_1 による一次遅れ要素の回路を示す。この回路の入力電圧に対する出力電圧の周波数伝達関数 $G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega T_1}$ として表したときの示す式として、正しいのは次のうちどれか。
ただし、入力電圧の角周波数は ω [rad/s]である。

- (1) $T_1 = \frac{1}{C_1 R}$ (2) $T_1 = C_1 R$ (3) $T_1 = 1 + C_1 R$
 (4) $T_1 = \frac{1+C_1 R}{C_1 R}$ (5) $T_1 = \frac{C_1}{1+C_1 R}$

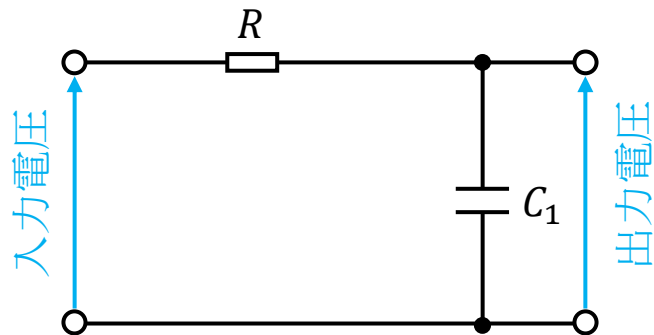


図1

(b) 図2は、図1の回路の過渡応答を改善するために静電容量 C_2 を付加した回路を示す。この回路の周波数伝達関数を $G(j\omega) = \frac{1+j\omega T_3}{1+j\omega T_2}$ で表したとき、 T_2 および T_3 を示す式として、正しいものを組み合わせたのは次のうちどれか。

- (1) $T_2 = C_2 R$ $T_3 = C_1 R$
 (2) $T_2 = C_1 R$ $T_3 = C_2 R$
 (3) $T_2 = (C_1 + C_2) R$ $T_3 = C_2 R$
 (4) $T_2 = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) R$ $T_3 = C_2 R$
 (5) $T_2 = C_1 R$ $T_3 = (C_1 + C_2) R$

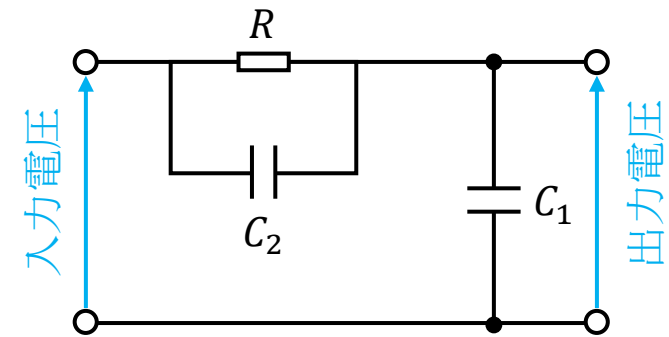


図2

導出のポイント

(a) 図1は、抵抗 R と静電容量 C_1 による一次遅れ要素の回路を示す。この回路の入力電圧に対する出力電圧の周波数伝達関数 $G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega T_1}$ として表したときの示す式として、正しいのは次のうちどれか。

ただし、入力電圧の角周波数は ω [rad/s]である。

- (1) $T_1 = \frac{1}{C_1 R}$ (2) $T_1 = C_1 R$ (3) $T_1 = 1 + C_1 R$
(4) $T_1 = \frac{1+C_1 R}{C_1 R}$ (5) $T_1 = \frac{C_1}{1+C_1 R}$

$$V_o = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C_1}} V_i \rightarrow G(j\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C_1}}$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C_1}} \times \frac{j\omega C_1}{j\omega C_1} = \frac{1}{1 + j\omega C_1 R} = \frac{1}{1 + j\omega T_1}$$

$$\therefore T_1 = C_1 R$$

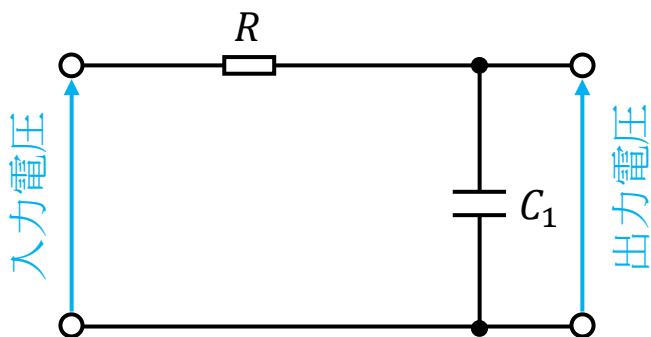


図1

導出のポイント

(b) 図2は、図1の回路の過渡応答を改善するために静電容量 C_2 を付加した回路を示す。この回路の周波数伝達関数を $G(j\omega) = \frac{1+j\omega T_3}{1+j\omega T_2}$ で表したとき、 T_2 および T_3 を示す式として、正しいものを組み合わせたのは次のうちどれか。

- | | |
|--|-----------------------|
| (1) $T_2 = C_2 R$ | $T_3 = C_1 R$ |
| (2) $T_2 = C_1 R$ | $T_3 = C_2 R$ |
| (3) $T_2 = (C_1 + C_2) R$ | $T_3 = C_2 R$ |
| (4) $T_2 = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) R$ | $T_3 = C_2 R$ |
| (5) $T_2 = C_1 R$ | $T_3 = (C_1 + C_2) R$ |

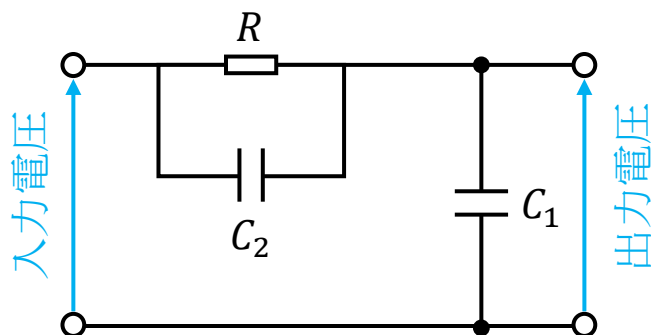


図2

$$V_o = \frac{\frac{1}{j\omega C_1}}{\frac{R \frac{1}{j\omega C_2}}{R + \frac{1}{j\omega C_2}} + \frac{1}{j\omega C_1}} V_i \rightarrow G(j\omega) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\frac{1}{j\omega C_1}}{\frac{R \frac{1}{j\omega C_2}}{R + \frac{1}{j\omega C_2}} + \frac{1}{j\omega C_1}}$$

$$G(j\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C_1}}{\frac{R \frac{1}{j\omega C_2}}{R + \frac{1}{j\omega C_2}} \times \frac{j\omega C_2}{j\omega C_2} + \frac{1}{j\omega C_1}} = \frac{\frac{1}{j\omega C_1}}{\frac{R}{1 + j\omega C_2 R} + \frac{1}{j\omega C_1}} \times \frac{j\omega C_1}{j\omega C_1}$$

$$= \frac{1}{\frac{j\omega C_1 R}{1 + j\omega C_2 R} + 1} \times \frac{1 + j\omega C_2 R}{1 + j\omega C_2 R} = \frac{1 + j\omega C_2 R}{1 + j\omega C_2 R + j\omega C_1 R}$$

$$= \frac{1 + j\omega C_2 R}{1 + j\omega (C_1 + C_2) R} = \frac{1 + j\omega T_3}{1 + j\omega T_2}$$

$$\therefore T_2 = (C_1 + C_2) R, T_3 = C_2 R$$

H19 問17

(a) 図1は、抵抗 R と静電容量 C_1 による一次遅れ要素の回路を示す。この回路の入力電圧に対する出力電圧の周波数伝達関数 $G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega T_1}$ として表したときの示す式として、正しいのは次のうちどれか。
ただし、入力電圧の角周波数は ω [rad/s]である。

- (1) $T_1 = \frac{1}{C_1 R}$ (2) $T_1 = C_1 R$ (3) $T_1 = 1 + C_1 R$
 (4) $T_1 = \frac{1+C_1 R}{C_1 R}$ (5) $T_1 = \frac{C_1}{1+C_1 R}$

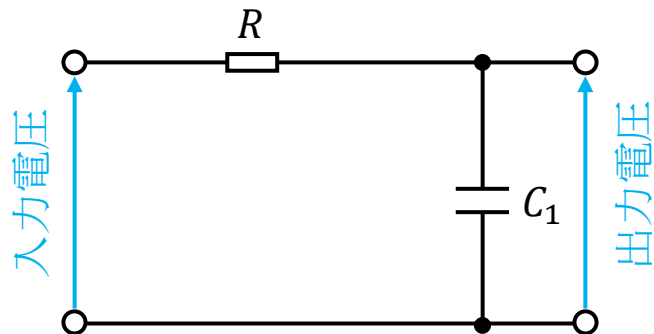


図1

(b) 図2は、図1の回路の過渡応答を改善するために静電容量 C_2 を付加した回路を示す。この回路の周波数伝達関数を $G(j\omega) = \frac{1+j\omega T_3}{1+j\omega T_2}$ で表したとき、 T_2 および T_3 を示す式として、正しいものを組み合わせたのは次のうちどれか。

- | | |
|--|-----------------------|
| (1) $T_2 = C_2 R$ | $T_3 = C_1 R$ |
| (2) $T_2 = C_1 R$ | $T_3 = C_2 R$ |
| (3) $T_2 = (C_1 + C_2) R$ | $T_3 = C_2 R$ |
| (4) $T_2 = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) R$ | $T_3 = C_2 R$ |
| (5) $T_2 = C_1 R$ | $T_3 = (C_1 + C_2) R$ |

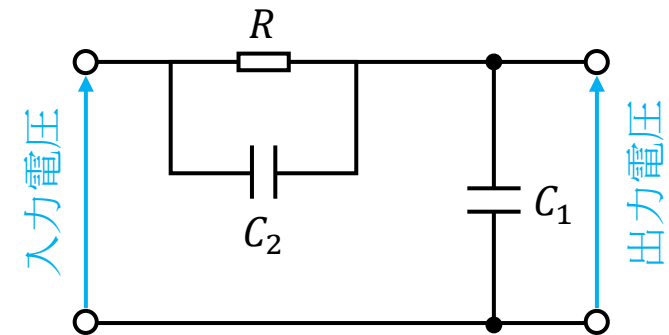


図2

H20 問17

(a) 図2は、図1のブロック $G_1(j\omega)$ の詳細を示し、静電容量 C と抵抗 R からなる回路を示す。この回路の入力量 $V_1(j\omega)$ に対する出力量 $V_2(j\omega)$ の周波数伝達関数 $G_1(j\omega) = \frac{V_2(j\omega)}{V_1(j\omega)}$ を表す式として、正しいのは次のうちどれか。

- (1) $\frac{1}{CR+j\omega}$ (2) $\frac{1}{1+j\omega CR}$ (3) $\frac{CR}{CR+j\omega}$
 (4) $\frac{CR}{1+j\omega CR}$ (5) $\frac{j\omega CR}{1+j\omega CR}$

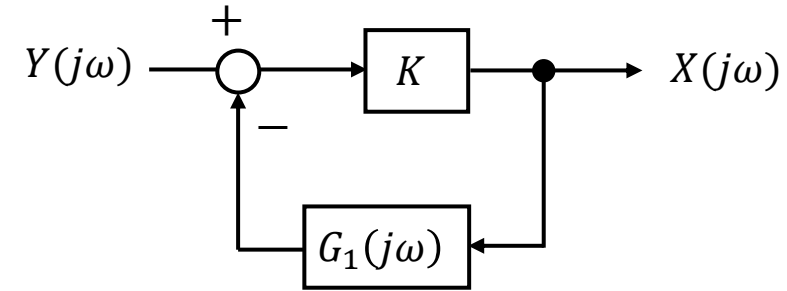


図1

(b) 図1のブロック線図において、閉ループ周波数関数を $G(j\omega) = \frac{X(j\omega)}{Y(j\omega)}$ で、ゲイン K が非常に大きい場合の近似式として、正しいのは次のうちどれか。

なお、この近似式が成立する場合、この演算回路は比例プラス積分要素と呼ばれる。

- (1) $1 + j\omega CR$ (2) $1 + \frac{CR}{j\omega}$ (3) $1 + \frac{1}{j\omega CR}$
 (4) $\frac{1}{1+j\omega CR}$ (5) $\frac{1+CR}{j\omega CR}$

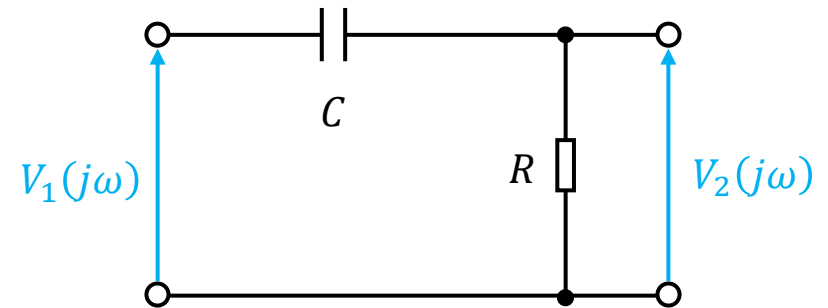


図2

導出のポイント

(a) 図2は、図1のブロック $G_1(j\omega)$ の詳細を示し、静電容量 C と抵抗 R からなる回路を示す。この回路の入力量 $V_1(j\omega)$ に対する出力量 $V_2(j\omega)$ の周波数伝達関数 $G_1(j\omega) = \frac{V_2(j\omega)}{V_1(j\omega)}$ を表す式として、正しいのは次のうちどれか。

(1) $\frac{1}{CR+j\omega}$
(4) $\frac{CR}{1+j\omega CR}$

(2) $\frac{1}{1+j\omega CR}$
(5) $\frac{j\omega CR}{1+j\omega CR}$

(3) $\frac{CR}{CR+j\omega}$

$$V_2(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} V_1(j\omega) \rightarrow G_1(j\omega) = \frac{V_2(j\omega)}{V_1(j\omega)} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$G_1(j\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} \times \frac{j\omega C}{j\omega C} = \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR}$$

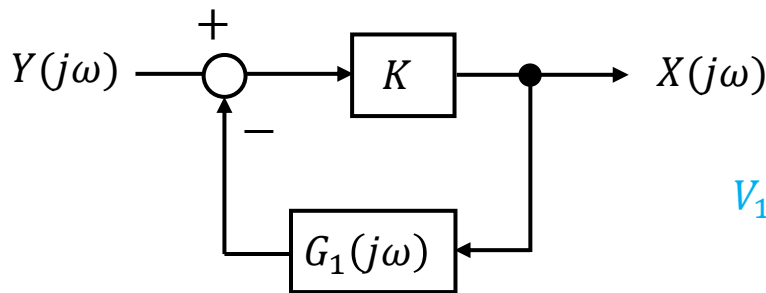


図1

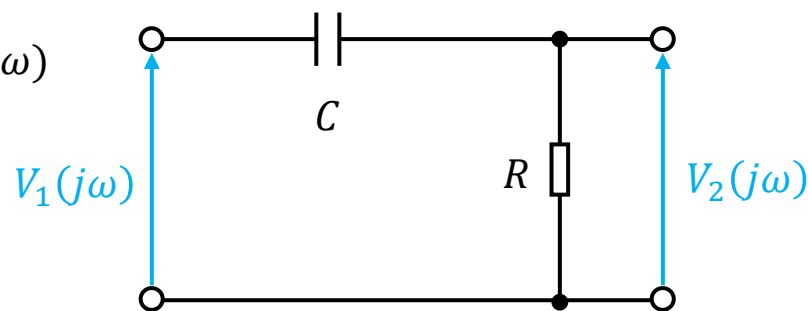


図2

導出のポイント

(b) 図1のブロック線図において、閉ループ周波数関数を

$G(j\omega) = \frac{X(j\omega)}{Y(j\omega)}$ で、ゲイン K が非常に大きい場合の近似式として、正しいのは次のうちどれか。

なお、この近似式が成立する場合、この演算回路は比例プラス積分要素と呼ばれる。

- (1) $1 + j\omega CR$ (2) $1 + \frac{CR}{j\omega}$ (3) $1 + \frac{1}{j\omega CR}$
 (4) $\frac{1}{1 + j\omega CR}$ (5) $\frac{1 + CR}{j\omega CR}$

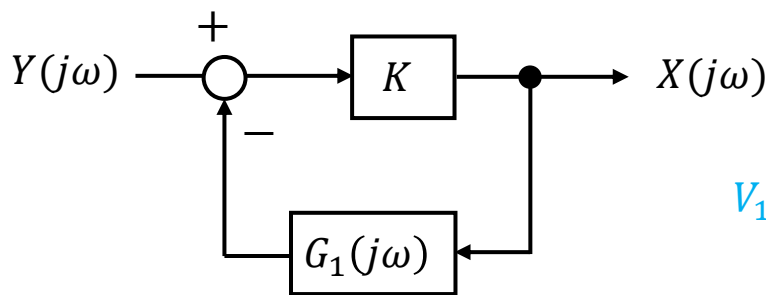


図1

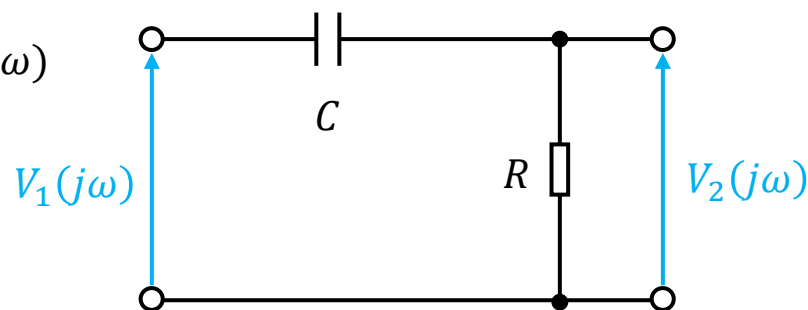


図2

$$G(j\omega) = \frac{X(j\omega)}{Y(j\omega)} = \frac{K}{1 + KG_1} = \frac{K}{1 + K \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR}}$$

$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + K \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR}} \times \frac{1 + j\omega CR}{1 + j\omega CR}$$

$$= \frac{(1 + j\omega CR)K}{1 + j\omega CR + j\omega CRK} = \frac{1 + j\omega CR}{\frac{1 + j\omega CR}{K} + j\omega CR}$$

K が大きいと零に近づく

$$\rightarrow \frac{1 + j\omega CR}{j\omega CR} = 1 + \frac{1}{j\omega CR}$$

H20 問17

(a) 図2は、図1のブロック $G_1(j\omega)$ の詳細を示し、静電容量 C と抵抗 R からなる回路を示す。この回路の入力量 $V_1(j\omega)$ に対する出力量 $V_2(j\omega)$ の周波数伝達関数 $G_1(j\omega) = \frac{V_2(j\omega)}{V_1(j\omega)}$ を表す式として、正しいのは次のうちどれか。

- (1) $\frac{1}{CR+j\omega}$ (2) $\frac{1}{1+j\omega CR}$ (3) $\frac{CR}{CR+j\omega}$
 (4) $\frac{CR}{1+j\omega CR}$ (5) $\frac{j\omega CR}{1+j\omega CR}$

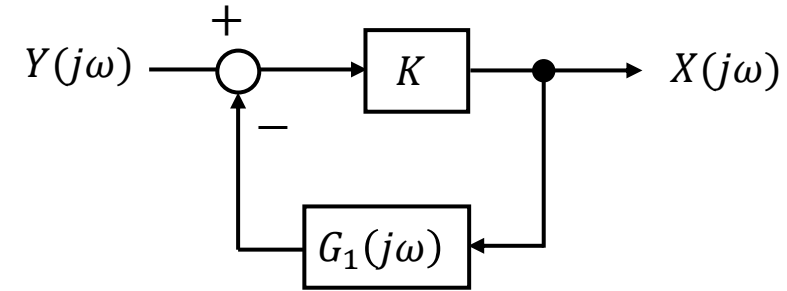


図1

(b) 図1のブロック線図において、閉ループ周波数関数を $G(j\omega) = \frac{X(j\omega)}{Y(j\omega)}$ で、ゲイン K が非常に大きい場合の近似式として、正しいのは次のうちどれか。

なお、この近似式が成立する場合、この演算回路は比例プラス積分要素と呼ばれる。

- (1) $1 + j\omega CR$ (2) $1 + \frac{CR}{j\omega}$ (3) $1 + \frac{1}{j\omega CR}$
 (4) $\frac{1}{1+j\omega CR}$ (5) $\frac{1+CR}{j\omega CR}$

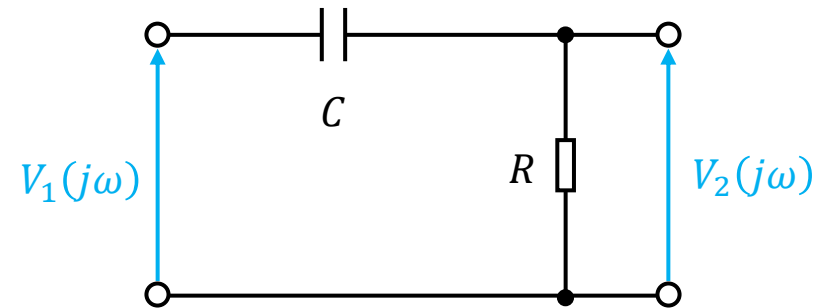
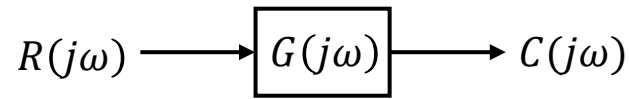


図2

ナイキスト線図



$$G(j\omega) = |G(j\omega)|e^{j\theta(\omega)} \text{ と表せる}$$

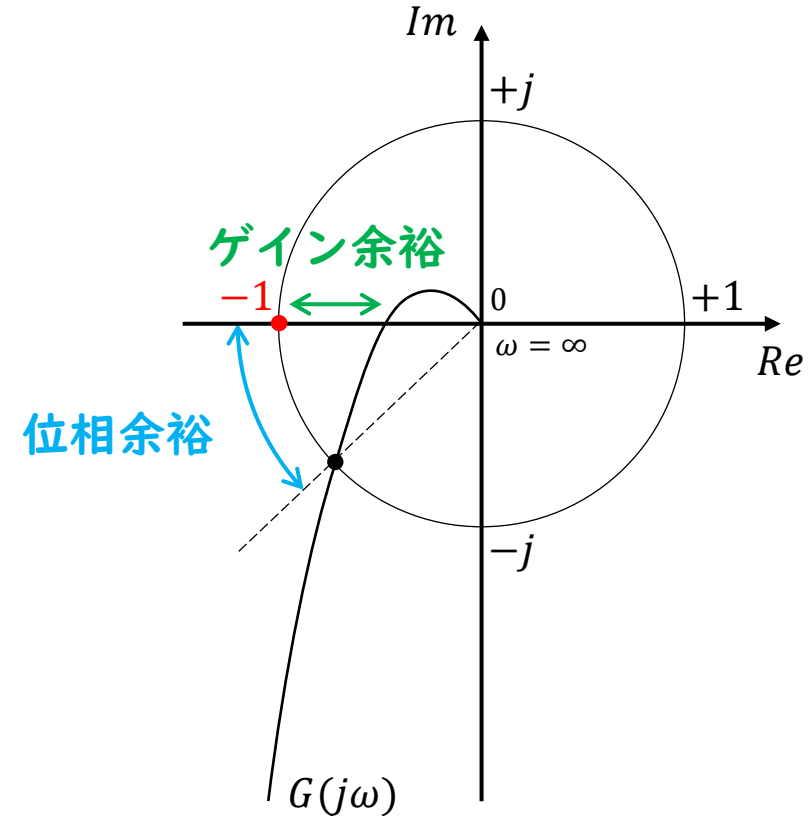
$G(j\omega)$ を角周波数に関する軌跡を
複素平面上に描く

→ ナイキスト線図という

$|G(j\omega)|$: 原点からの距離

$\theta(\omega)$: 実軸からの角度

周波数を変化させたときの伝達関数の軌跡を
複素平面上に描くことで、その制御系が安定化
どうかを判定することができる
(安定判別は電験2種の範囲)



ボード線図とナイキスト線図 まとめ



制御要素	伝達関数	絶対値 (対数)	位相	ボード線図	ナイキスト線図
比例要素	K	$20\log_{10}K$	0		
微分要素	$j\omega$	$20\log_{10}\omega$	$\frac{\pi}{2}$		
積分要素	$\frac{1}{j\omega}$	$-20\log_{10}\omega$	$-\frac{\pi}{2}$		
1次進み要素	$1 + j\omega T$	$20\log_{10}\sqrt{1 + \omega^2 T^2}$	$\theta = \text{Tan}^{-1}\omega T$		
1次遅れ要素	$\frac{1}{1 + j\omega T}$	$-20\log_{10}\sqrt{1 + \omega^2 T^2}$	$\theta = -\text{Tan}^{-1}\omega T$		
2次遅れ要素	$\frac{1}{(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)}$	$-20\log_{10}\sqrt{1 + \omega^2 T_1^2}$ $-20\log_{10}\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}$	$\theta_1 = -\text{Tan}^{-1}\omega T_1$ $\theta_2 = -\text{Tan}^{-1}\omega T_2$ $\theta_1 + \theta_2$		

H16 問17

閉ループ周波数伝達関数 $G(j\omega)$ が

$$G(j\omega) = \frac{10}{j\omega(1 + j0.2\omega)}$$

で表される制御系がある。

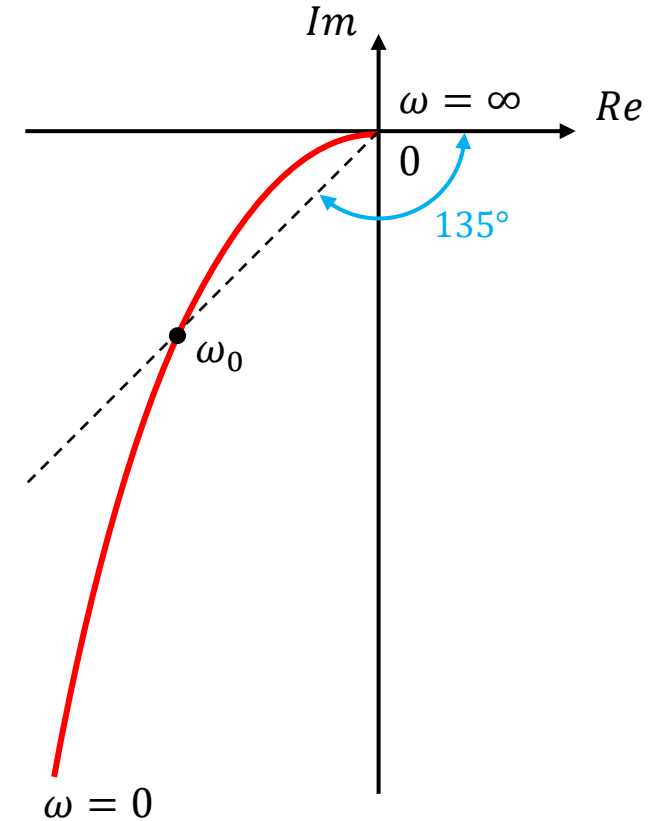
変数 ω を0から ∞ まで変化させたとき、 $G(j\omega)$ の値は図のようなベクトル軌跡となる。次の(a)及び(b)に答えよ。

(a) この位相角が -135° となる角周波数 ω_0 [rad/s]の値として、正しいのは次のうちどれか。

- (1) 1 (2) 2 (3) 5 (4) 8 (5) 10

(b) この ω_0 [rad/s]におけるゲイン $|G(j\omega)|$ の値として、最も近いのは次のうちどれか。

- (1) 0.45 (2) 1.41 (3) 3.53 (4) 4.62 (5) 9.78



導出のポイント

閉ループ周波数伝達関数 $G(j\omega)$ が

$$G(j\omega) = \frac{10}{j\omega(1 + j0.2\omega)}$$

で表される制御系がある。

変数 ω を0から ∞ まで変化させたとき、 $G(j\omega)$ の値は図のようなベクトル軌跡となる。次の(a)及び(b)に答えよ。

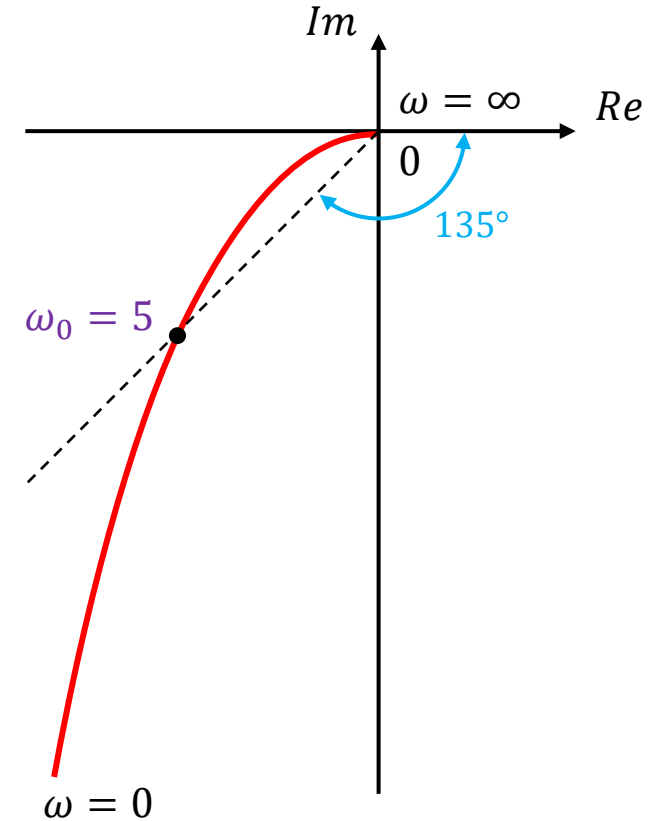
(a) この位相角が -135° となる角周波数 ω_0 [rad/s]の値として、正しいのは次のうちどれか。

- (1) 1 (2) 2 (3) 5 (4) 8 (5) 10

$$G(j\omega) = \frac{10}{j\omega(1 + j0.2\omega)} = \frac{10}{j\omega - 0.2\omega^2} = \frac{10 \times \{-0.2\omega^2 - j\omega\}}{\{-0.2\omega^2\}^2 + \omega^2}$$

→ $-0.2\omega^2 - j\omega$ → 実部と虚部の大きさが同じになる ω_0 を考える

$$0.2\omega_0^2 = \omega_0 \rightarrow 0.2\omega_0 = 1 \rightarrow \omega_0 = \frac{1}{0.2} = 5 \text{ rad/s}$$



導出のポイント

閉ループ周波数伝達関数 $G(j\omega)$ が

$$G(j\omega) = \frac{10}{j\omega(1 + j0.2\omega)}$$

で表される制御系がある。

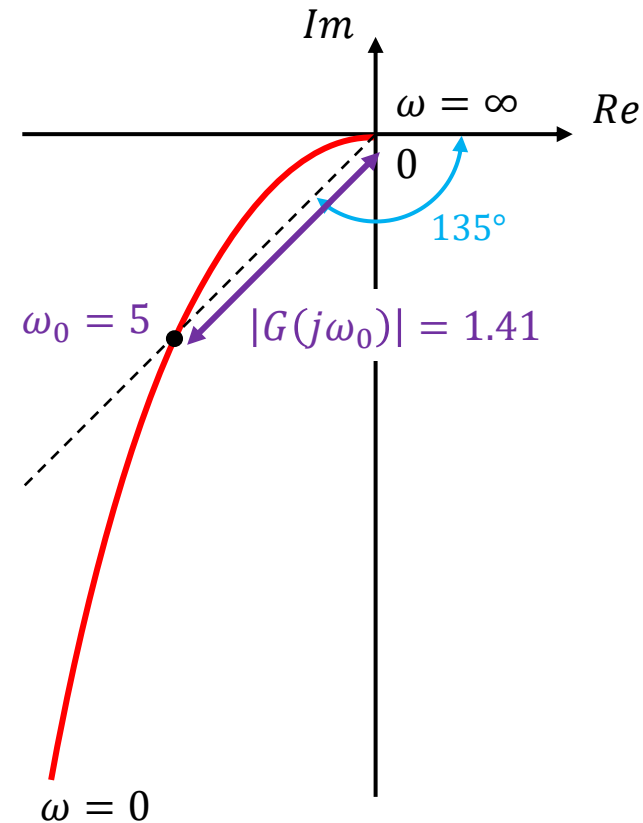
変数 ω を0から ∞ まで変化させたとき、 $G(j\omega)$ の値は図のようなベクトル軌跡となる。次の(a)及び(b)に答えよ。

(b) この ω_0 [rad/s]におけるゲイン $|G(j\omega)|$ の値として、最も近いのは次のうちどれか。

- (1) 0.45 (2) 1.41 (3) 3.53 (4) 4.62 (5) 9.78

$$G(j\omega_0) = \frac{10}{j\omega_0(1 + j0.2\omega_0)} = \frac{10}{j5 - 0.2 \times 5^2} = \frac{10}{j5 - 5}$$

$$|G(j\omega_0)| = \frac{10}{\sqrt{5^2 + 5^2}} = \frac{10}{5\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \sim 1.41$$



H16 問17

閉ループ周波数伝達関数 $G(j\omega)$ が

$$G(j\omega) = \frac{10}{j\omega(1 + j0.2\omega)}$$

で表される制御系がある。

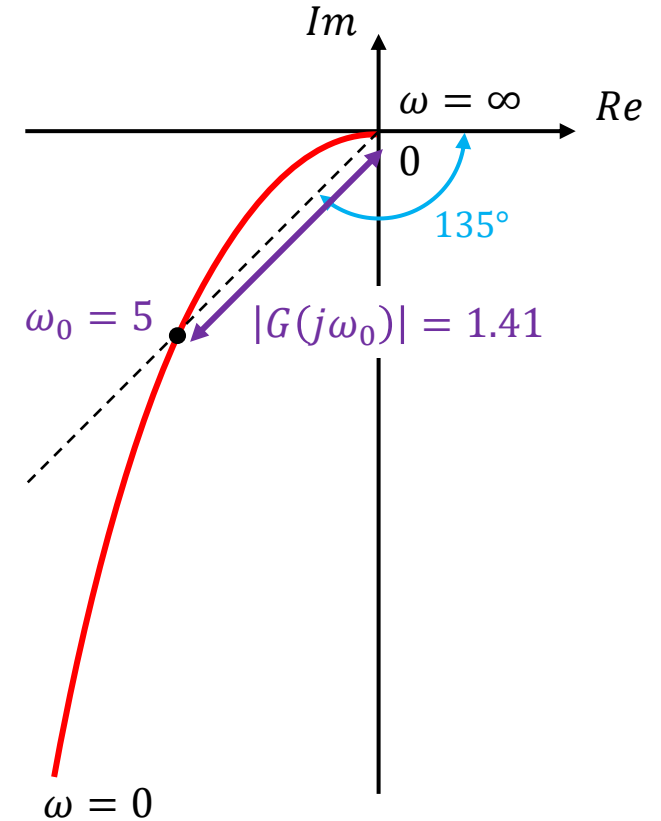
変数 ω を0から ∞ まで変化させたとき、 $G(j\omega)$ の値は図のようなベクトル軌跡となる。次の(a)及び(b)に答えよ。

(a) この位相角が -135° となる角周波数 ω_0 [rad/s]の値として、正しいのは次のうちどれか。

- (1) 1 (2) 2 (3) 5 (4) 8 (5) 10

(b) この ω_0 [rad/s]におけるゲイン $|G(j\omega)|$ の値として、最も近いのは次のうちどれか。

- (1) 0.45 (2) 1.41 (3) 3.53 (4) 4.62 (5) 9.78



H12 問13

次式で表される二次振動要素の周波数伝達関数の系がある。

$$G(j\omega) = \frac{4}{(j\omega)^2 + 1.6j\omega + 4}$$

この周波数伝達関数について、次の(a)及び(b)に答えよ。

(a) 位相が -90° 遅れるときの角周波数 ω_0 [rad/s]の値として、正しいのは次のうちどれか。

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

(b) ベクトル軌跡が虚軸を切る点のゲイン $|G(j\omega)|$ の値として、正しいのは次のうちどれか。

- (1) 0.5 (2) 0.75 (3) 1.00 (4) 1.25 (5) 2.5

導出のポイント

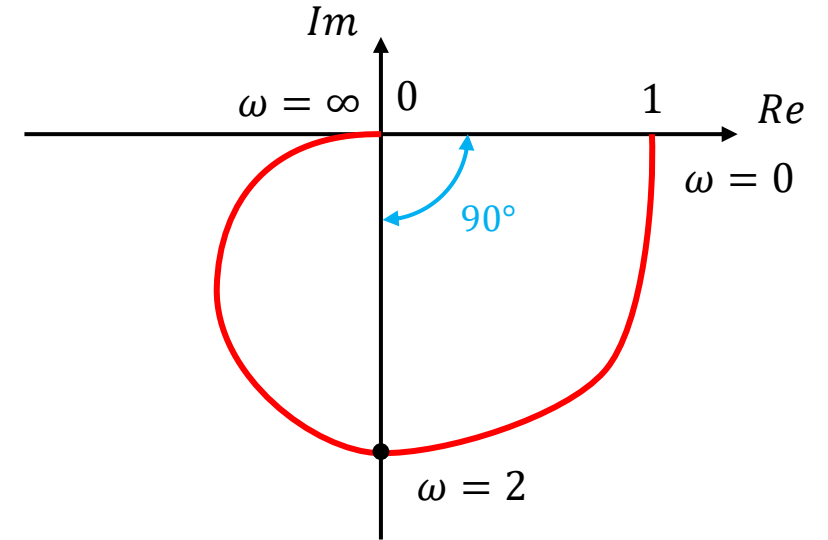
次式で表される二次振動要素の周波数伝達関数の系がある。

$$G(j\omega) = \frac{4}{(j\omega)^2 + 1.6j\omega + 4}$$

この周波数伝達関数について、次の(a)及び(b)に答えよ。

(a) 位相が -90° 遅れるときの角周波数 ω_0 [rad/s]の値として、正しいのは次のうちどれか。

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5



$$G(j\omega_0) = \frac{4}{(j\omega_0)^2 + 1.6j\omega_0 + 4} = \frac{4}{-\omega_0^2 + 1.6j\omega_0 + 4} = \frac{4}{4 - \omega_0^2 + 1.6j\omega_0}$$

→位相が -90° とは実部がゼロとなる角周波数 ω_0 を考える

$$4 - \omega_0^2 + 1.6j\omega_0 \rightarrow 4 - \omega_0^2 = 0 \rightarrow \omega_0^2 = 4 \rightarrow \omega_0 = 2 \text{ rad/s}$$

導出のポイント

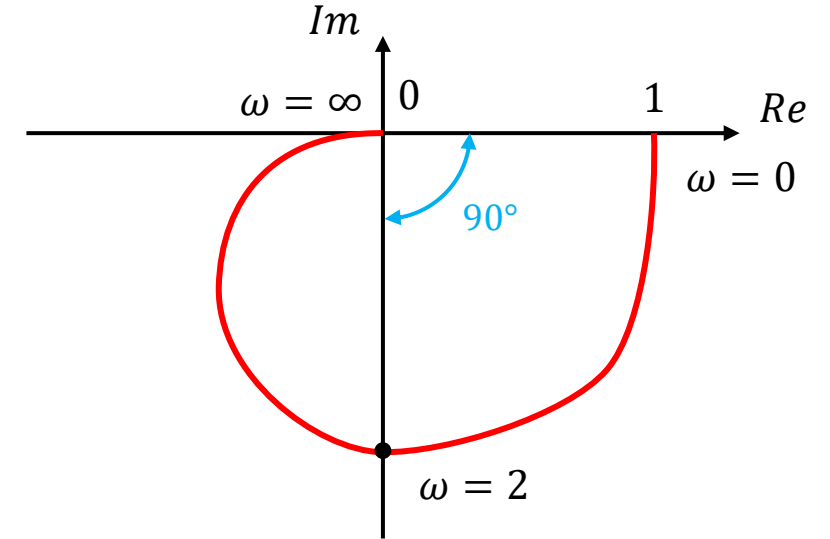
次式で表される二次振動要素の周波数伝達関数の系がある。

$$G(j\omega) = \frac{4}{(j\omega)^2 + 1.6j\omega + 4}$$

この周波数伝達関数について、次の(a)及び(b)に答えよ。

(b) ベクトル軌跡が虚軸を切る点のゲイン $|G(j\omega)|$ の値として、正しいのは次のうちどれか。

- (1) 0.5 (2) 0.75 (3) 1.00 (4) 1.25 (5) 2.5



虚軸を切る→位相が -90° とは実部がゼロとなる
→角周波数 $\omega_0 = 2$ のゲインを考える

$$G(j\omega_0) = \frac{4}{(j\omega)^2 + 1.6j\omega + 4} = \frac{4}{-\omega^2 + 1.6j\omega + 4} = \frac{4}{4 - \omega^2 + 1.6j\omega} = \frac{4}{4 - 2^2 + 1.6j \times 2} = \frac{4}{j3.2}$$

$$|G(j\omega_0)| = \frac{4}{3.2} = 1.25$$

H12 問13

次式で表される二次振動要素の周波数伝達関数の系がある。

$$G(j\omega) = \frac{4}{(j\omega)^2 + 1.6j\omega + 4}$$

この周波数伝達関数について、次の(a)及び(b)に答えよ。

(a) 位相が -90° 遅れるときの角周波数 ω_0 [rad/s]の値として、正しいのは次のうちどれか。

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

(b) ベクトル軌跡が虚軸を切る点のゲイン $|G(j\omega)|$ の値として、正しいのは次のうちどれか。

- (1) 0.5 (2) 0.75 (3) 1.00 (4) 1.25 (5) 2.5

ご聴講ありがとうございました!!