電験三種　ライブ講義

第3回　連立方程式

2021.06.19 Sat

連立方程式

2つ以上の未知数を含む方程式の組があって、各方程式の未知数が同じ値をとるとき、これらの方程式の組を連立方程式という。

連立方程式の例

$$10 = 3I_1 + 2I_2$$
$$8 = 2I_1 + I_2$$

× 連立方程式じゃない

$$10 = 3I_1 + 2I_2$$
$$V = 2I$$

$$10 = 3I_1 + 2I_2$$
$$V = 2I$$
$$I = I_1 + I_2$$
$$V = I_2 + 2$$

→ 連立方程式である!!

連立方程式を解くために

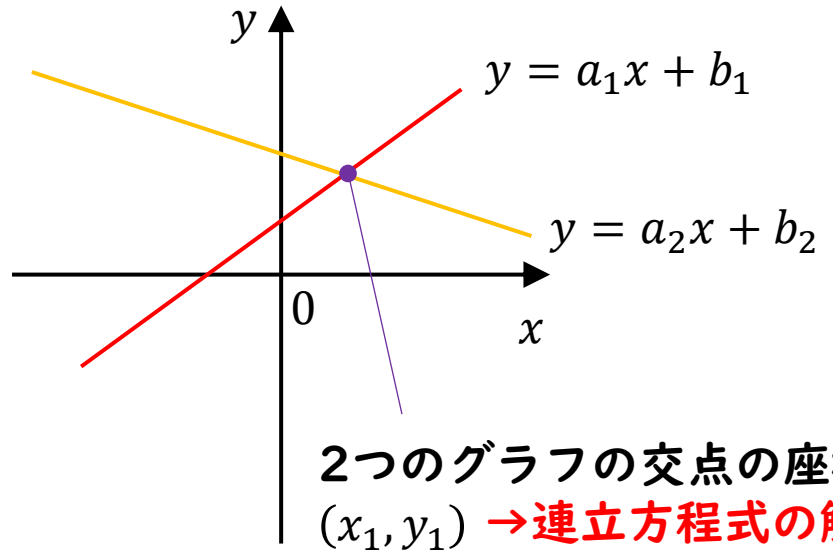
（ポイント1）
未知数の数だけ式を立てる

電流 I , I_1 , I_2 → 式が3つ
抵抗 R_1 , R_2 → 式が2つ

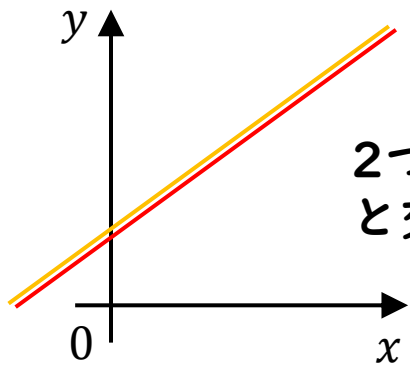
（ポイント2）
全ての定数に同じ倍率を与えた式は
同じ式として扱う

$$5 = 2I_1 + I_2 - 1$$
$$10 = 4I_1 + 2I_2 - 2$$

連立方程式を解くイメージ



2つのグラフの交点の座標
(x_1, y_1) →連立方程式の解



$2y = 2a_1x + 2b_1$
$y = a_1x + b_1$

2つのグラフが重なっている
と交点が分からない
→連立方程式が解けない

連立方程式の計算

（代入法）

$$1 = I_1 + I_2 \cdots (1)$$
$$8 = 2I_1 + 3I_2 \cdots (2)$$

(1)を変形

$$I_2 = 1 - I_1 \cdots (1)'$$

$(1)' \rightarrow (2)$

$$8 = 2I_1 + 3(1 - I_1)$$
$$8 = 2I_1 + 3 - 3I_1$$
$$3I_1 - 2I_1 = 3 - 8$$
$$I_1 = -5$$

$I_1 \rightarrow (1)'$

$$I_2 = 1 - (-5)$$
$$I_2 = 6$$

（加減法）

$$1 = I_1 + I_2 \cdots (1)$$
$$8 = 2I_1 + 3I_2 \cdots (2)$$

$(1) \times 2 - (2)$

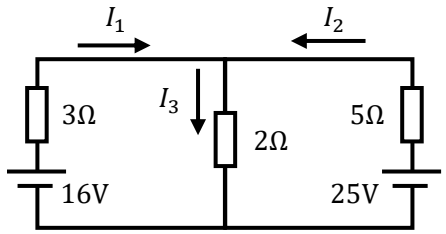
$$2 = 2I_1 + 2I_2$$
$$-) \quad 8 = 2I_1 + 3I_2$$
$$-6 = \quad -I_2$$
$$I_2 = 6$$

$I_2 \rightarrow (1)$

$$1 = I_1 + I_2$$
$$1 = I_1 + 6$$
$$I_1 = -5$$

電験三種の連立方程式

パターン1：複数の電源を有する回路の電流導出

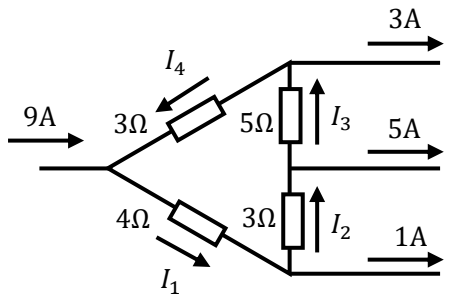


ポイント：電流が分岐/合流する

$$I_1 + I_2 = I_3$$

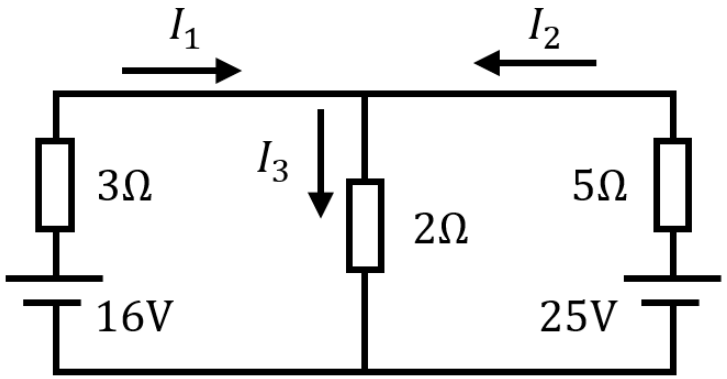
→未知数は3つ以上、方程式は3つ以上となる
（キルヒホッフの電流則1つ、電圧則2つ）

パターン2：ループ電流の導出



ポイント：分岐の数だけ式が増える
→代入法を使って、式を簡単にしていく
→電圧則の式は1つだけ（$R_1I_1 + R_1I_2 + \cdots = 0$）
（キルヒホッフの電流則n−1個、電圧則1つ）

練習問題1

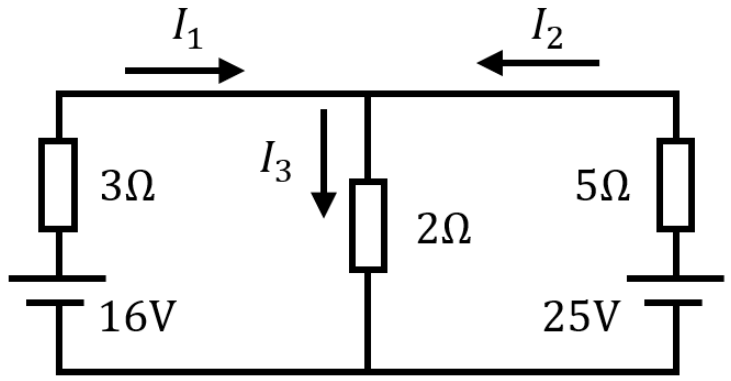


電流I_1, I_2, I_3を求めよ

$$I_1 + I_2 = I_3 \qquad (1)$$
$$3I_1 + 2I_3 = 16 \qquad (2)$$
$$5I_2 + 2I_3 = 25 \qquad (3)$$

Ans. $I_1 =$
$I_2 =$
$I_3 =$

練習問題1



電流I_1, I_2, I_3を求めよ

$$I_1 + I_2 = I_3 \qquad (1)$$
$$3I_1 + 2I_3 = 16 \qquad (2)$$
$$5I_2 + 2I_3 = 25 \qquad (3)$$

$(1) \rightarrow (2)$

$$3I_1 + 2(I_1 + I_2) = 16$$
$$3I_1 + 2I_1 + 2I_2 = 16$$
$$5I_1 + 2I_2 = 16 \qquad (2)'$$

$(1) \rightarrow (3)$

$$5I_2 + 2(I_1 + I_2) = 25$$
$$5I_2 + 2I_1 + 2I_2 = 25$$
$$2I_1 + 7I_2 = 25 \qquad (3)'$$

$5 \times (3)' - 2 \times (2)'$

$$10I_1 + 35I_2 = 125$$
$$-) \ 10I_1 + 4I_2 = 32$$
$$31I_2 = 93$$
$$I_2 = 3$$

$I_2 = 3 \rightarrow (3)$

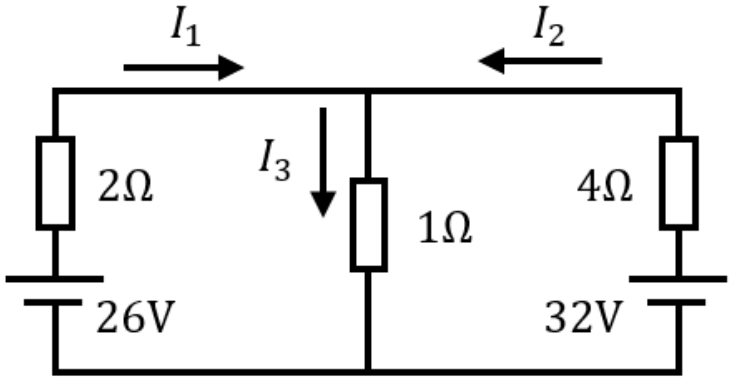
$$5 \times 3 + 2I_3 = 25$$
$$2I_3 = 25 - 15$$
$$= 10$$
$$I_3 = 5$$

$I_2 = 3, I_3 = 5 \rightarrow (1)$

$$I_1 + 3 = 5$$
$$I_1 = 2$$

Ans. $I_1 = 2\text{A}$, $I_2 = 3\text{A}$, $I_3 = 5\text{A}$

練習問題2

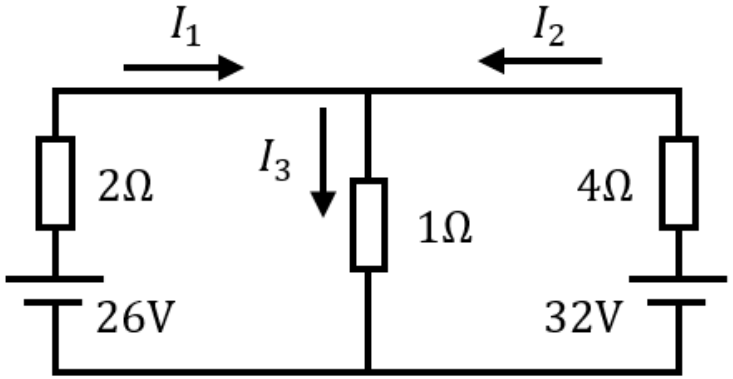


電流I_1, I_2, I_3を求めよ

$$I_1 + I_2 = I_3 \qquad (1)$$
$$2I_1 + I_3 = 26 \qquad (2)$$
$$4I_2 + I_3 = 32 \qquad (3)$$

Ans. $I_1 =$
$I_2 =$
$I_3 =$

練習問題2



電流I_1, I_2, I_3を求めよ

$$I_1 + I_2 = I_3 \qquad (1)$$
$$2I_1 + I_3 = 26 \qquad (2)$$
$$4I_2 + I_3 = 32 \qquad (3)$$

$(1) \rightarrow (2)$

$$2I_1 + (I_1 + I_2) = 26$$
$$2I_1 + I_1 + I_2 = 26$$
$$3I_1 + I_2 = 26 \qquad (2)'$$

$(1) \rightarrow (3)$

$$4I_2 + (I_1 + I_2) = 32$$
$$4I_2 + I_1 + I_2 = 32$$
$$I_1 + 5I_2 = 32 \qquad (3)'$$

$3 \times (3)' - (2)'$

$$\begin{array}{rr} & 3I_1 + 15I_2 = 96 \\ -) & 3I_1 + I_2 = 26 \\ \hline & 14I_2 = 70 \end{array}$$
$$I_2 = 5$$

$I_2 = 5 \rightarrow (3)$

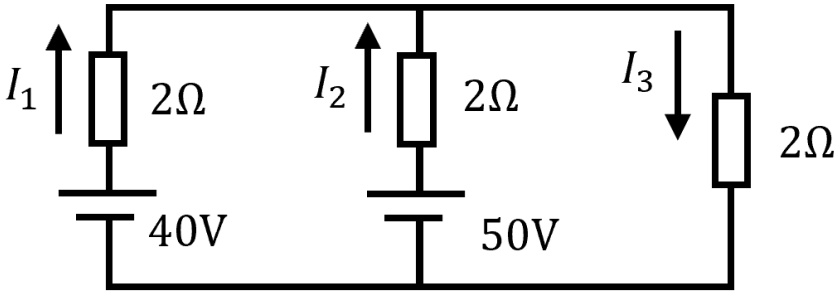
$$5 \times 4 + I_3 = 32$$
$$I_3 = 32 - 20$$
$$I_3 = 12$$

$I_2 = 5, I_3 = 12 \rightarrow (1)$

$$I_1 + 5 = 12$$
$$I_1 = 7$$

Ans.
$$I_1 = 7\text{A}$$
$$I_2 = 5\text{A}$$
$$I_3 = 12\text{A}$$

練習問題3

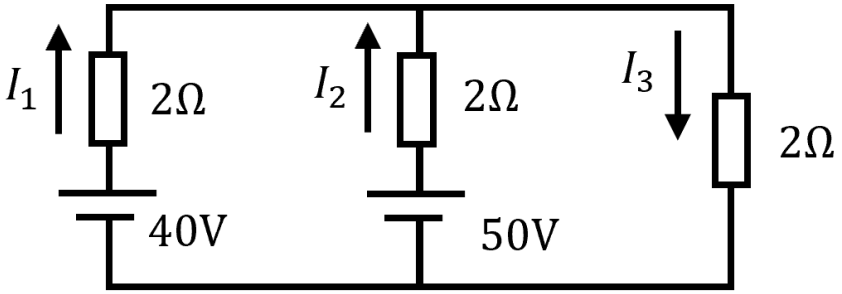


電流I_1, I_2, I_3を求めよ

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (1)$$
$$40 - 50 = 2I_1 - 2I_2 \quad (2)$$
$$2I_2 + 2I_3 = 50 \quad (3)$$

Ans. $I_1 =$
$I_2 =$
$I_3 =$

練習問題3



電流I_1, I_2, I_3を求めよ

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (1)$$
$$40 - 50 = 2I_1 - 2I_2 \quad (2)$$
$$2I_2 + 2I_3 = 50 \quad (3)$$

$(1) \rightarrow (3)$

$$2I_2 + 2(I_1 + I_2) = 50$$
$$I_2 + I_1 + I_2 = 25$$
$$I_1 + 2I_2 = 25 \quad (3)'$$

(2)を変形

$$40 - 50 = 2I_1 - 2I_2$$
$$2I_1 - 2I_2 = -10$$
$$I_1 - I_2 = -5 \quad (2)'$$

$(3)' - (2)'$

$$I_1 + 2I_2 = 25$$
$$-) \quad I_1 - I_2 = -5$$
$$3I_2 = 30$$
$$I_2 = 10$$

$I_2 = 10 \rightarrow (2)'$

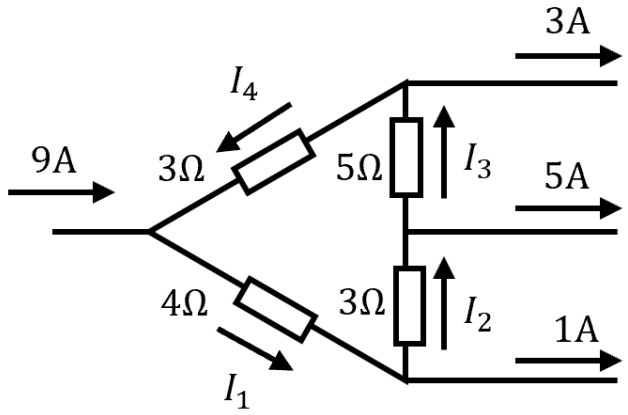
$$I_1 - 10 = -5$$
$$I_1 = -5 + 10 = 5$$

$I_1 = 5, I_2 = 10 \rightarrow (1)$

$$5 + 10 = I_3$$
$$I_3 = 15$$

Ans. $I_1 = 5\mathrm{A}$, $I_2 = 10\mathrm{A}$, $I_3 = 15\mathrm{A}$

練習問題4

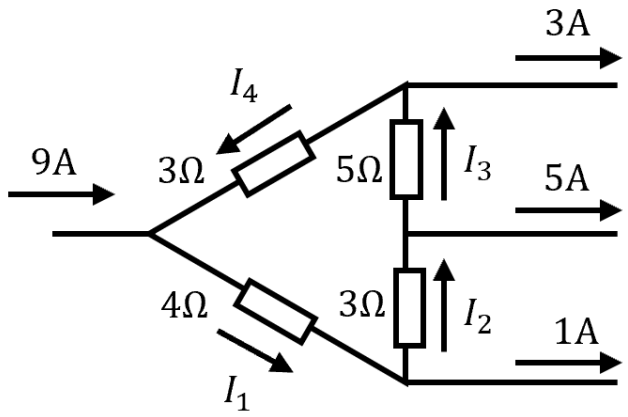


電流I_1, I_2, I_3, I_4を求めよ

$$I_2 = I_1 - 1 \quad (1)$$
$$I_3 = I_1 - 1 - 5 \quad (2)$$
$$I_4 = I_1 - 1 - 5 - 3 \quad (3)$$
$$4I_1 + 3I_2 + 5I_3 + 3I_4 = 0 \quad (4)$$

$I_1 =$
$I_2 =$
$I_3 =$
Ans. $I_4 =$

練習問題4



電流I_1, I_2, I_3, I_4を求めよ

$$I_2 = I_1 - 1 \quad (1)$$
$$I_3 = I_1 - 1 - 5 \quad (2)$$
$$I_4 = I_1 - 1 - 5 - 3 \quad (3)$$
$$4I_1 + 3I_2 + 5I_3 + 3I_4 = 0 \quad (4)$$

(2),(3)を変形

$$I_3 = I_1 - 1 - 5$$
$$I_3 = I_1 - 6 \quad (2)'$$

$$I_4 = I_1 - 1 - 5 - 3$$
$$I_4 = I_1 - 9 \quad (3)'$$

$(1)(2)'(3)' \rightarrow (4)$

$$4I_1 + 3(I_1 - 1) + 5(I_1 - 6) + 3(I_1 - 9) = 0$$

$$4I_1 + 3I_1 - 3 + 5I_1 - 30 + 3I_1 - 27 = 0$$

$$15I_1 = 60$$
$$I_1 = 4$$

$I_1 = 4 \rightarrow (1)(2)'(3)'$

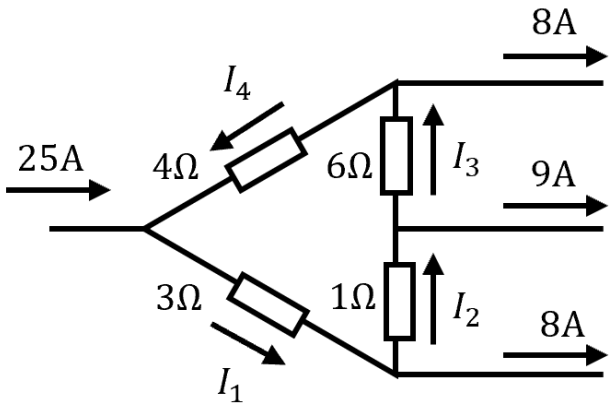
$$I_2 = 4 - 1 = 3$$

$$I_3 = 4 - 6 = -2$$

$$I_4 = 4 - 9 = -5$$

$$I_1 = 4\text{A}$$
$$I_2 = 3\text{A}$$
$$I_3 = -2\text{A}$$
Ans. $I_4 = -5\text{A}$

練習問題5

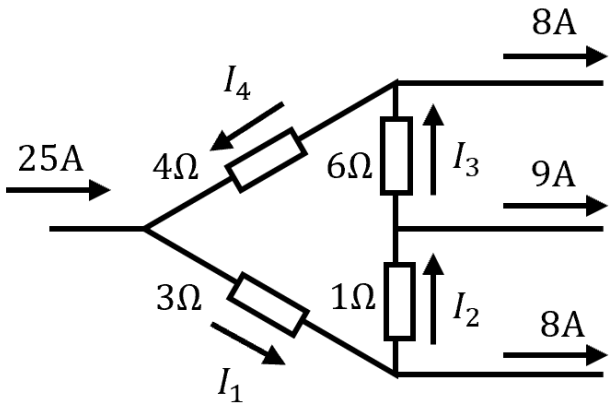


電流I_1, I_2, I_3, I_4を求めよ

$$I_2 = I_1 - 8 \quad (1)$$
$$I_3 = I_1 - 8 - 9 \quad (2)$$
$$I_4 = I_1 - 8 - 9 - 8 \quad (3)$$
$$3I_1 + I_2 + 6I_3 + 4I_4 = 0 \quad (4)$$

$I_1 =$
$I_2 =$
$I_3 =$
Ans. $I_4 =$

練習問題5



電流I_1, I_2, I_3, I_4を求めよ

$$I_2 = I_1 - 8 \quad (1)$$
$$I_3 = I_1 - 8 - 9 \quad (2)$$
$$I_4 = I_1 - 8 - 9 - 8 \quad (3)$$
$$3I_1 + I_2 + 6I_3 + 4I_4 = 0 \quad (4)$$

(2),(3)を変形

$$I_3 = I_1 - 8 - 9$$
$$I_3 = I_1 - 17 \quad (2)'$$

$$I_4 = I_1 - 1 - 8 - 9 - 8$$
$$I_4 = I_1 - 25 \quad (3)'$$

$(1)(2)'(3)' \rightarrow (4)$

$$3I_1 + (I_1 - 8) + 6(I_1 - 17) + 4(I_1 - 25) = 0$$

$$3I_1 + I_1 - 8 + 6I_1 - 102 + 4I_1 - 100 = 0$$

$$14I_1 = 210$$
$$I_1 = 15$$

$I_1 = 15 \rightarrow (1)(2)'(3)'$

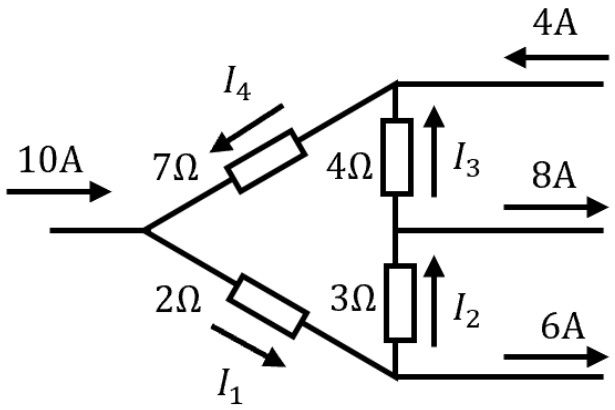
$$I_2 = 15 - 8 = 7$$

$$I_3 = 15 - 17 = -2$$

$$I_4 = 15 - 25 = -10$$

Ans.
$$I_1 = 15\text{A}$$
$$I_2 = 7\text{A}$$
$$I_3 = -2\text{A}$$
$$I_4 = -10\text{A}$$

練習問題6



電流I_1, I_2, I_3, I_4を求めよ

$$I_2 = I_1 - 6 \quad (1)$$
$$I_3 = I_1 - 6 - 8 \quad (2)$$
$$I_4 = I_1 - 6 - 8 + 4 \quad (3)$$
$$2I_1 + 3I_2 + 4I_3 + 7I_4 = 0 \quad (4)$$

$I_1 =$
$I_2 =$
$I_3 =$
Ans. $I_4 =$

練習問題6

$$I_3 = I_1 - 6 - 8$$
$$I_3 = I_1 - 14$$

$$I_4 = I_1 - 6 - 8 + 4$$
$$I_4 = I_1 - 10$$

電流I_1, I_2, I_3, I_4を求めよ

$$I_2 = I_1 - 6 \quad (1)$$
$$I_3 = I_1 - 6 - 8 \quad (2)$$
$$I_4 = I_1 - 6 - 8 + 4 \quad (3)$$
$$2I_1 + 3I_2 + 4I_3 + 7I_4 = 0 \quad (4)$$

(2),(3)を変形

$$I_3 = I_1 - 6 - 8$$
$$I_3 = I_1 - 14 \quad (2)'$$

$$I_4 = I_1 - 6 - 8 + 4$$
$$I_4 = I_1 - 10 \quad (3)'$$

$(1)(2)'(3)' \rightarrow (4)$

$$2I_1 + 3(I_1 - 6) + 4(I_1 - 14) + 7(I_1 - 10) = 0$$

$$2I_1 + 3I_1 - 18 + 4I_1 - 56 + 7I_1 - 70 = 0$$

$$16I_1 = 144$$
$$I_1 = \frac{144}{16} = \frac{16 \times 9}{16} = 9$$

$I_1 = 9 \rightarrow (1)(2)'(3)'$

$$I_2 = 9 - 6 = 3$$

$$I_3 = 9 - 14 = -5$$

$$I_4 = 9 - 10 = -1$$

Ans.
$$I_1 = 9\mathrm{A}$$
$$I_2 = 3\mathrm{A}$$
$$I_3 = -5\mathrm{A}$$
$$I_4 = -1\mathrm{A}$$

ご聴講ありがとうございました!!