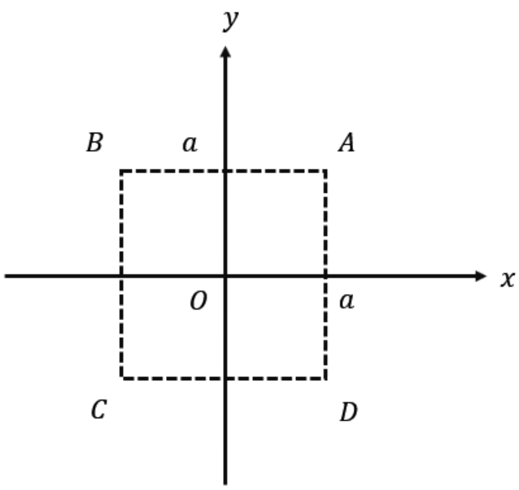
静電気　小テスト

問 1

重力加速度 g の一様な重力の働く真空中の鉛直面内に、図のように水平に X 軸、鉛直上方に Y 軸をとる。長さの単位を [m]として、点A、B、CおよびDの座標はそれぞれ (a,a)，(−a,a)，(−a,−a) および (a、−a)である。真空中の誘電率は ε_0、重力は鉛直下方に働くとする。



(1) 点 A に Q[C]　(以下 Q＞0 とする)の点電荷を固定する。原点Oにおける電界の強さは何[V/m]か。

(2) (1)の状態で、さらに点Cに−Q [C]の点電荷を固定する。原点Oにおける電界の強さは何 [V/m]になるか。

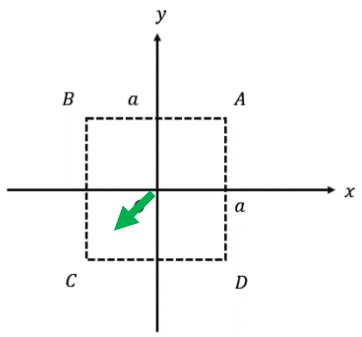
(3) (2)の状態で、さらに点 Bおよび点Dにそれぞれ Q [C]および−Q [C]の点電荷を固定すると、原点 Oにおける電界の強さは何 [V/m]になるか。

問１　解答

(1) 普通にクーロンの法則です。

$$\boldsymbol{E_A = k\frac{Q}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{2a^2} = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 a^2}}$$

(2)　A が作る電界と C が作る電界を足し合わせる。
2 つのベクトルは向きが同じなので、足した後のベクトルの大きさは、単純に元のベクトルの大きさの 2 倍になる。

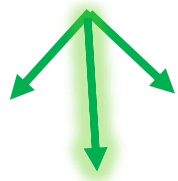


$$\boldsymbol{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}}$$

(3) B， D による電界の大きさ $\boldsymbol{E_3}$ は

$$\boldsymbol{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}}$$

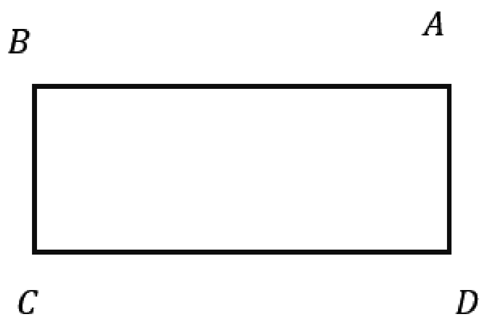
O 点での A B C D による電界ベクトルは、このベクトルと（2）のベクトルを足し合わせたものである。そのベクトルの大きさを求めればいいから



$$\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}}$$

問２

長方形ＡＢＣＤの２つの頂点Ａ、Ｂにそれぞれ電荷 $q_1 = 10.0\times10^{-8}$[C]、$q_2 = -8.0\times10^{-7}$[C] があり、長さＡＤ＝10 [cm]、ＢＤ＝20 [cm]とする。また、$q_1 = q_2 = 1$ [C]、ＡＢ = 1 [m]のとき q_1、q_2 間のクーロン力が 9×10^9[N]とする。



(1) 電荷 q_1 によるＤ点における電界の強さ E_1 の大きさはいくらか。

(2) 電荷 q_1、q_2 によるＤ点における電界の強さＥの大きさ，および向きを求めよ。（図示する）

(3) ２点Ｄ、Ｃ間の電位差Ｖはいくらか。

問２　解答

(1)

「$q_1 = q_2 = 1$ [C]、ＡＢ = 1 [m]のとき q_1、q_2 間のクーロン力が 9×10^9[N]」の記述より、クーロンの比例定数 k を求めると

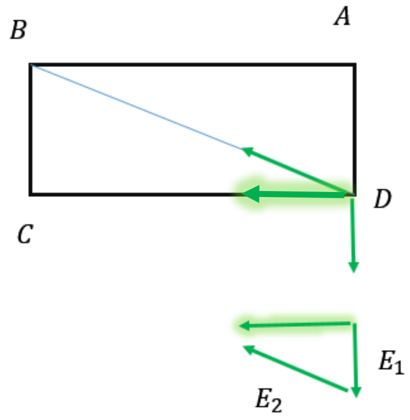
$\boldsymbol{F = k\frac{q_1q_2}{r^2}}$ より

$\boldsymbol{9\times10^9 = k\frac{1\times1}{1^2}}$　　$\boldsymbol{\therefore k = 9\times10^9}$

10[cm]=0.1[m]に注意すると、クーロンの法則より

$$\boldsymbol{E_1} = 9 \times 10^9 \frac{10.0 \times 10^{-8}}{0.10^2} = 9.0 \times 10^4$$

(2) $\boldsymbol{q_2}$による電界の強さ $\boldsymbol{E_2}$は



$$\boldsymbol{E_2} = 9 \times 10^9 \frac{8.0 \times 10^{-7}}{0.20^2} = 18.0 \times 10^4$$

$\overrightarrow{\boldsymbol{E_1}}$ と $\overrightarrow{\boldsymbol{E_2}}$ を合成すればよい。

$\boldsymbol{E_1} : \boldsymbol{E_2} = 1:2$　より、有名三角形が作られることに注目して

$\boldsymbol{E}$　$= \sqrt{3}\boldsymbol{E_1} = 9\sqrt{3} \times 10^4$　向きはD→C

(3)

$$V_D = k\frac{10.0 \times 10^{-8}}{0.1} - k\frac{8.0 \times 10^{-7}}{0.2}$$

$$V_C = k\frac{10.0 \times 10^{-8}}{0.2} - k\frac{8.0 \times 10^{-7}}{0.1}$$

$$|V_D - V_C| = k\left|\frac{10.0 \times 10^{-8}}{0.1} - \frac{8.0 \times 10^{-7}}{0.2} - \left(\frac{10.0 \times 10^{-8}}{0.2} - k\frac{8.0 \times 10^{-7}}{0.1}\right)\right|$$

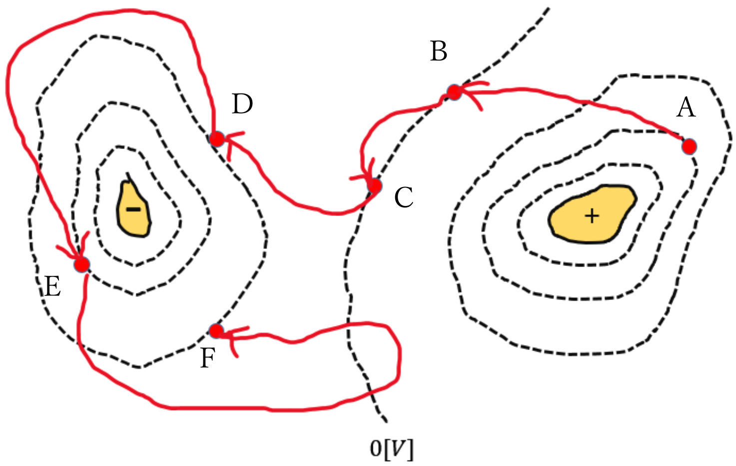
$$= k\left|\frac{10.0 \times 10^{-8} + 8.0 \times 10^{-7}}{0.1} - \frac{10.0 \times 10^{-8} + 8.0 \times 10^{-7}}{0.2}\right|$$

$$= 9 \times 10^9 \times \frac{10.0 \times 10^{-8} + 80.0 \times 10^{-8}}{0.2}$$

$$= 90 \times 90 \times 5 = 4.05 \times 10^4$$

問３

図で、+と- は電気量の大きさが等しい正負のいびつな形の電荷で、破線は一定の電位差 20[V]ごとに描かれた等電位線である。別の正電荷+5[C]を赤の実線に沿って矢印の向きに運ぶとき、外力のする仕事が、正で最大の区間はどこか。またその大きさはいくらか。



問３　解答

正の電荷を、電位が低いところから高いところに持っていくときに外力は正の仕事をする。

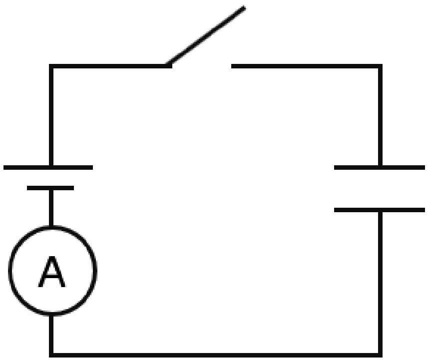
低いところから高いところに持っていく動きは E→F のみ。

この電位差は２０[V]であるので

E→F が正の最大でその大きさは　１００[J]

問４

　図の回路でスイッチＳを閉じる。はじめコンデンサーには電荷はなかったものとする。電池の起電力は 100[V]、コンデンサーの電気容量Ｃは 0.02[μF]である。



(1)　Ｓを閉じてから充電が終わるまでに、電流計Ａを流れる電気量は何[C]か。

　次にＳを開き、コンデンサーＣの極板の間隔を半分にする。

(2)　Ｃの極板間の電圧は何[V]か。

　　この状態から再びＳを閉じる。

(3)　さらに電流計を流れる電気量(電荷)はどちら向きで、何[C]か。

問４　解答

(1)　電荷 $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{CV} = 2.0 \times 10^{-8} \times 100 = 2.0 \times 10^{-6}$[C]

(2)　極板の間隔を半分にすると電気容量は，はじめの２倍になる。

Ｓを開いているから(2)の電荷は保存されている。

よって求める電圧 $\boldsymbol{V}'$は半分になる。

$$\therefore \quad \boldsymbol{V}' = 100/2 = 50\text{[V]}$$

(3)　Ｃが２倍になったから，さらに 2.0×10^{-6} [C]だけＣに電荷が溜まる。Ａには下から上に流れた。