二電力計法

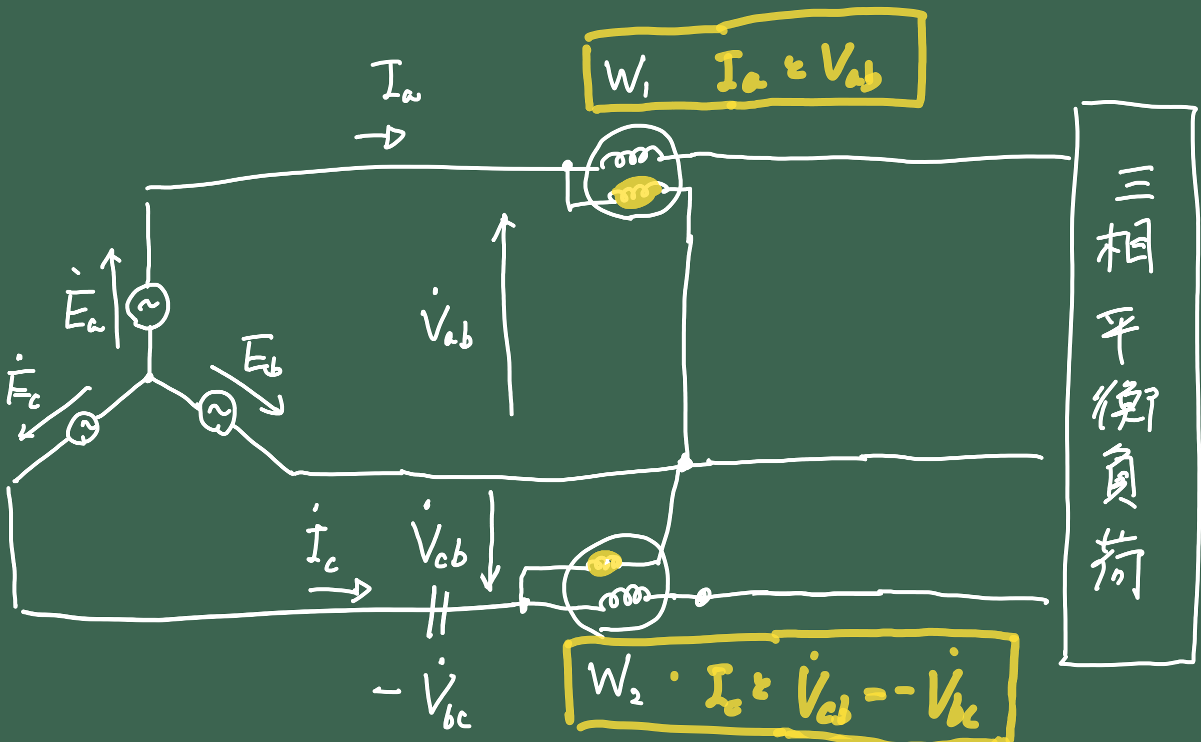
2つの単相電力計で 三相交流電力を測定する

条件 $\left(\begin{array}{l} e_a + e_b + e_c = 0 \\ i_a + i_b + i_c = 0 \end{array} \right)$ ⇐ 対称三相交流

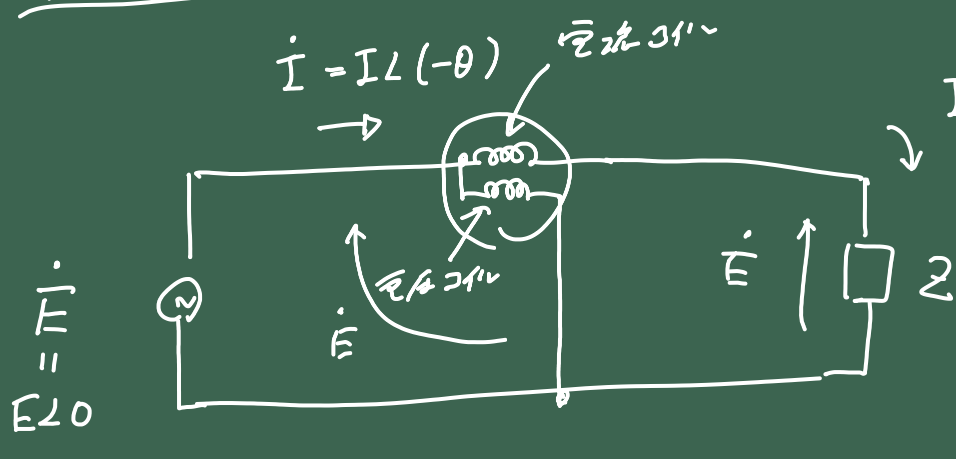
$\dot{E}_a = E,\ \dot{E}_b = \dot{E}_a a^{-1},\ \dot{E}_c = \dot{E}_a a^{-2}$

電気的な知識

問題文　正しく接続した



単相電力計　(電流力(りき)計型)



単相電力計の指示値　$P = EI\cos\theta$

単相電力計における逆振れの数学的な説明

$P = EI\cos\theta$

そもそも $P = \underline{e(t)\ i(t)}$ の時間平均（1周期分）

$$\left(= \int_{\tau}^{\tau+T} e(t)\ i(t)\ dt \Big/ T \right)$$

(基準) $e(t) = \sqrt{2}E\sin\omega t$　　※ $\theta > 0$ で遅れ力率

$i(t) = \sqrt{2}I\sin(\omega t - \theta)$

← 電圧 $e(t)$ と電流 $i(t)$ の位相差

$$e(t)\ i(t) = 2EI\ \underline{\sin\omega t\ \sin(\omega t - \theta)}$$

$\boxed{\text{加法定理}}$　$\cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \sin A\sin B$

(下式)−(上式)　$\underbrace{\cos(A-B)}_{=+\theta\ (A-B)} - \underbrace{\cos(A+B)}_{A+B\,=\,2\omega t-\theta} = \underline{2\sin A\sin B}$　（$A = \omega t$, $B = \omega t - \theta$）

(瞬時電力)

$$e(t)\ i(t) = EI\{\cos\theta - \cos(2\omega t - \theta)\}$$

$$= \underline{EI\cos\theta} - \underline{EI\sin(2\omega t - \theta)}$$

時刻tによらない

2ω の周波数で振動

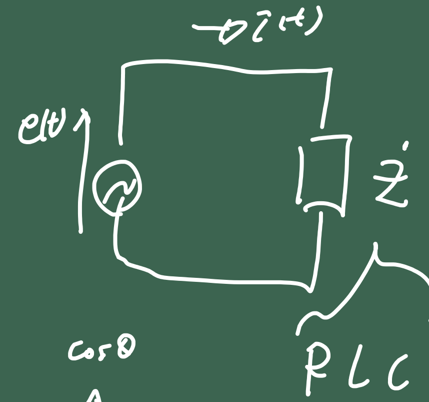
→ 1周期 $\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)$ の間に2サイクルする → 時間平均 0

有効電力 $P = e(t)\ i(t)$ の時間平均

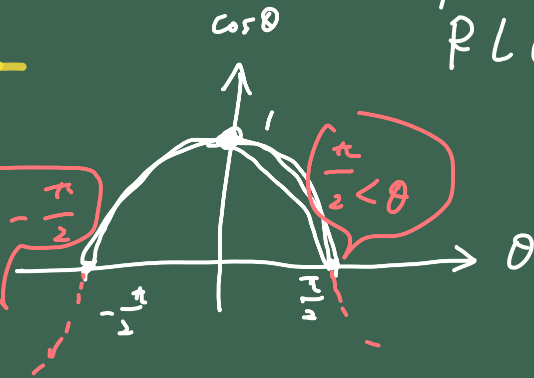
$$= EI\cos\theta$$

単相回路で R L C しかない

→ $-\frac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ の範囲しかとらない



$$P = EI\cos\theta \geqq 0$$



三相回路ではありうる ⇐

逆潮流

$\theta < -\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \theta$ ⇒ $P < 0$ となる

e(t) または i(t) を反転　又は　$e(t) \to -e(t)$, $i(t) \to -i(t)$

→ $P > 0$

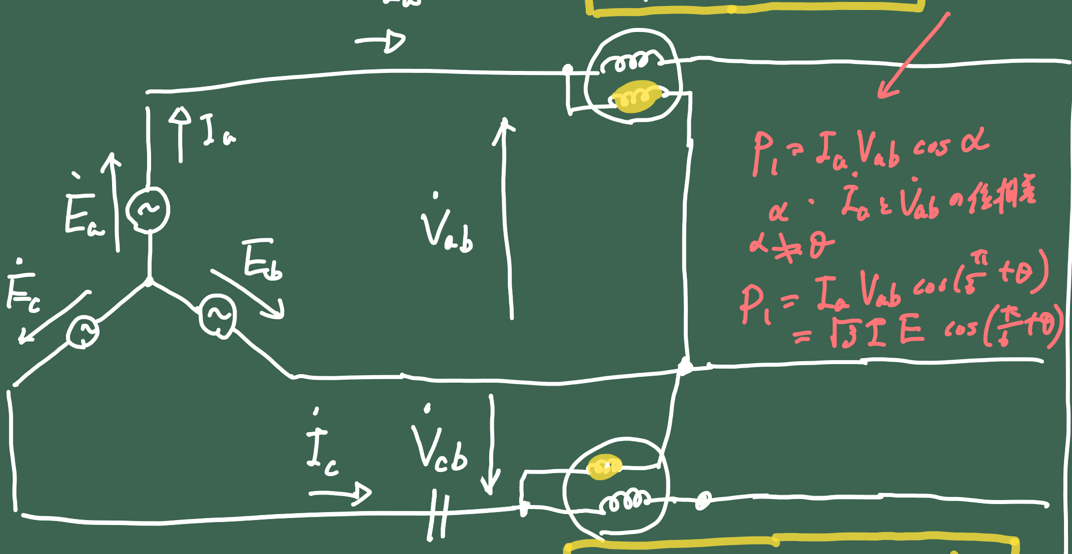
(電 ふつうは 電圧コイルを反転)

$\dot I_a = I\angle(-\theta)$

W_1　I_a と V_{ab}

P_1

(θ>0 とする)



力率 $\cos\theta$

位相差 θ

(注) $\dot E_a = E\angle 0$, $\dot I_a = I_a\angle(-\theta)$

(注) θは相電圧と相電流の位相差

$P_1 = I_a V_{ab}\cos\alpha$

α: $\dot I_a$ と $\dot V_{ab}$ の位相差

$\alpha \neq \theta$

$P_1 = I_a V_{ab}\cos(\frac{\pi}{6}+\theta)$

$= \sqrt3 I E\cos(\frac{\pi}{6}+\theta)$

$= -\dot V_{bc}$

W_2: $\dot I_c$ と $\dot V_{cb} = -\dot V_{bc}$

$P_2 = I_c V_{cb}\cos\beta$

β: I_c と V_{cb} の位相差 ($\beta \neq \theta$)

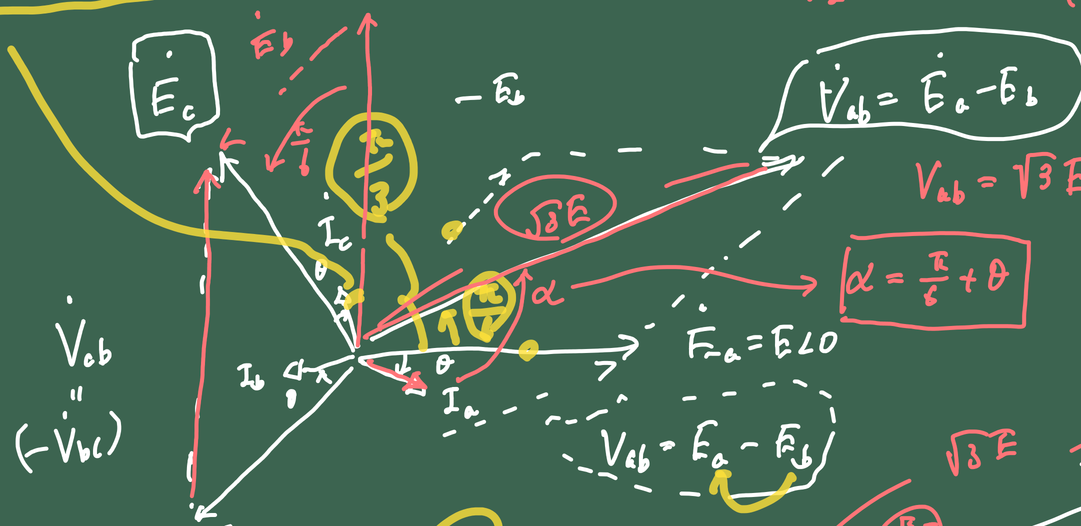
$P_2 = \sqrt3 E I\cos(\frac{\pi}{6}-\theta)$

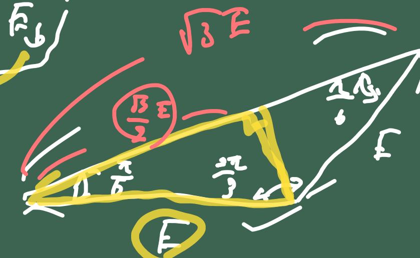
$\beta = \frac{\pi}{6}-\theta$

$\dot V_{cb} = \sqrt3 E\angle\frac{\pi}{2}$

数学
- ベクトル(フェーザ) (別)複素数
- 平面図形
- 加法定理
- 三角関数

不等式





θ　相電圧と相電流の位相差
$-\frac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$

逆振れ

$P_1 = \sqrt3 E I\cos(\frac{\pi}{6}+\theta)$ ←
$\frac{\pi}{6}+\theta > \frac{\pi}{2}$
つまり $\theta > \frac{\pi}{3}$ のとき $P_1 < 0$
(60°)

$P_2 = \sqrt3 E I\cos(\frac{\pi}{6}-\theta)$ ←
$\frac{\pi}{6}-\theta > \frac{\pi}{2}$
つまり $\theta < \frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3}$ のとき $P_2 < 0$

$\theta = -\frac{\pi}{2} \searrow \qquad \swarrow \theta = +\frac{\pi}{2}$

$$-\frac{\pi}{3} \leqq \frac{\pi}{6} + \theta \leqq \frac{2\pi}{3}$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \rightarrow -\frac{\pi}{3} \leqq \frac{\pi}{6} - \theta \leqq \frac{2\pi}{3} \swarrow \theta = -\frac{\pi}{2}$$

(まとめ)

θ	$-\frac{\pi}{2} \to -\frac{\pi}{3}$	$\to$	$+\frac{\pi}{3} \to +\frac{\pi}{2}$
P_1	$+ \to +$	$\to$	$0 \to -$ 逆潮流
P_2	$- \to$ 逆潮流	$0 \to$	$+ \to +$

$$
\begin{aligned}
& P_1 = \sqrt{3}\, E I \cos\left(\frac{\pi}{6} + \theta\right) \\
+ \; & P_2 = \sqrt{3}\, E I \cos\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right)
\end{aligned}
$$

$$P_1 + P_2 = \sqrt{3}\, E I \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{6} + \theta\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right) \right\}$$

$$
\begin{aligned}
\{\ \} &= \cos\frac{\pi}{6}\cos\theta - \cancel{\sin\frac{\pi}{6}\sin\theta} \\
&\quad + \cos\frac{\pi}{6}\cos\theta + \cancel{\sin\frac{\pi}{6}\sin\theta} \\
&= 2\cos\frac{\pi}{6}\cos\theta = \sqrt{3}\cos\theta
\end{aligned}
$$

$$P_1 + P_2 = 3 E I \cos\theta \quad \Leftarrow \boxed{\text{三相電力}}$$

同 $P_1 - P_2 = -2\sin\frac{\pi}{6}\sin\theta\, \sqrt{3}\, E I = -\sqrt{3}\, E I \sin\theta$

$\downarrow \times\sqrt{3}$

$-Q$

三相無効電力 $Q = 3 E I \sin\theta$

$$P_1 - P_2 = \frac{-Q}{\sqrt{3}}$$

$$\boxed{Q = \sqrt{3}\,(P_2 - P_1)}$$

($\theta > 0$で遅れ)

ブロンデルの定理

N相交流の電力はN−1個の電力計で測定できる

$\boxed{N=3}$ 相電圧 ・ $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dot{E}_3$

相電流 $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$

=線電流

三相複素電力 $\dot{S} = \dot{E}_1\overline{\dot{I}_1} + \dot{E}_2\overline{\dot{I}_2} + \dot{E}_3\overline{\dot{I}_3}$

(θ>0 を遅れ)

$$P = \mathrm{Re}[\dot{S}]$$

電力計では線間電圧と線電流による有効電力が測定できる

線間電圧

$$\begin{cases} \dot{V}_{12} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ \dot{V}_{23} = E_2 - E_3 \\ \dot{V}_{31} = E_3 - E_1 \end{cases}$$

$(\dot{V}_{32} = \dot{E}_3 - \dot{E}_2)$

$(-\dot{V}_{31} = E_1 - E_3)$

$$\mathrm{Re}[\dot{V}_{12}\overline{\dot{I}_1}] + \mathrm{Re}[-\dot{V}_{31}\overline{\dot{I}_3}]$$

$$= \mathrm{Re}\left[(\dot{E}_1 - \dot{E}_2)\overline{\dot{I}_1} + (\dot{E}_1 - \dot{E}_3)\overline{\dot{I}_3}\right]$$

$$= \mathrm{Re}\left[\dot{E}_1\overline{\dot{I}_1} - \dot{E}_2\overline{\dot{I}_1} + \dot{E}_1\overline{\dot{I}_3} - \dot{E}_3\overline{\dot{I}_3}\right]$$

$\left(\begin{array}{l} \dot{E}_1 + \dot{E}_2 + \dot{E}_3 = 0 \\ I_1 + I_2 + I_3 = 0 \end{array}\right.$ $\left(\begin{array}{l} \dot{E}_3 = -E_1 - E_2 \\ \dot{I}_3 = -\dot{I}_1 - \dot{I}_2 \end{array}\right.$

$$= \mathrm{Re}\Big[\dot{E}_1 \overline{\dot{I}_1} - \dot{E}_2 \overline{\dot{I}_1} + \dot{E}_1 \left(-\overline{\dot{I}_1} - \overline{\dot{I}_2}\right)$$

$$- (\dot{E}_1 + \dot{E}_2)(\overline{\dot{I}_1} + \overline{\dot{I}_2})\Big]$$

$$= \mathrm{Re}\Big[\cancel{\dot{E}_1 \overline{\dot{I}_1}} - \dot{E}_2 \overline{\dot{I}_1} - \dot{E}_1 \overline{\dot{I}_1} - \dot{E}_1 \overline{\dot{I}_2}$$

$$- \cancel{\dot{E}_1 \overline{\dot{I}_1}} - \dot{E}_2 \overline{\dot{I}_2} - \dot{E}_1 \overline{\dot{I}_2} - \dot{E}_2 \overline{\dot{I}_1}\Big]$$