二種への複素数

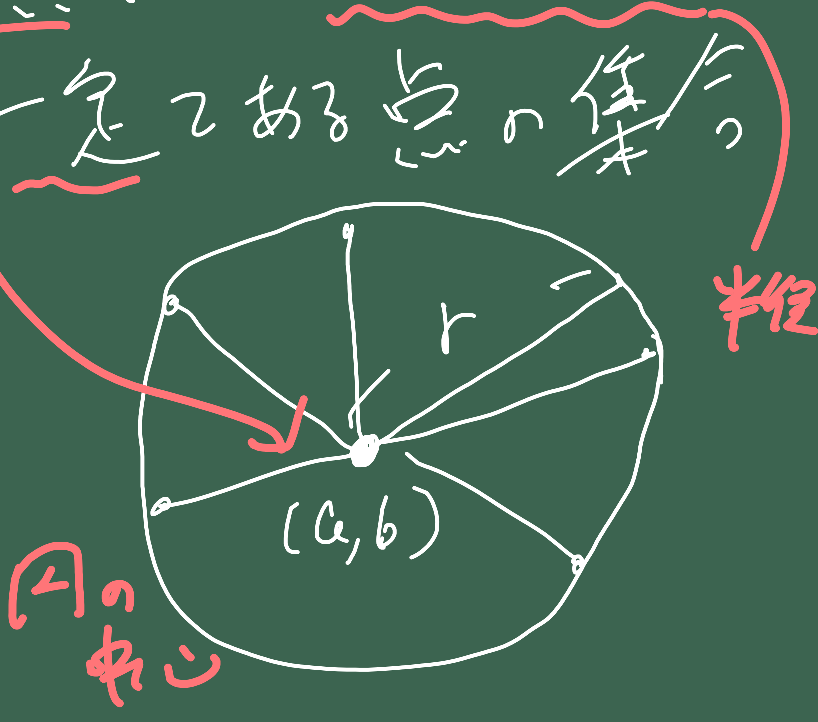
電力円線図

→ 円の方程式 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

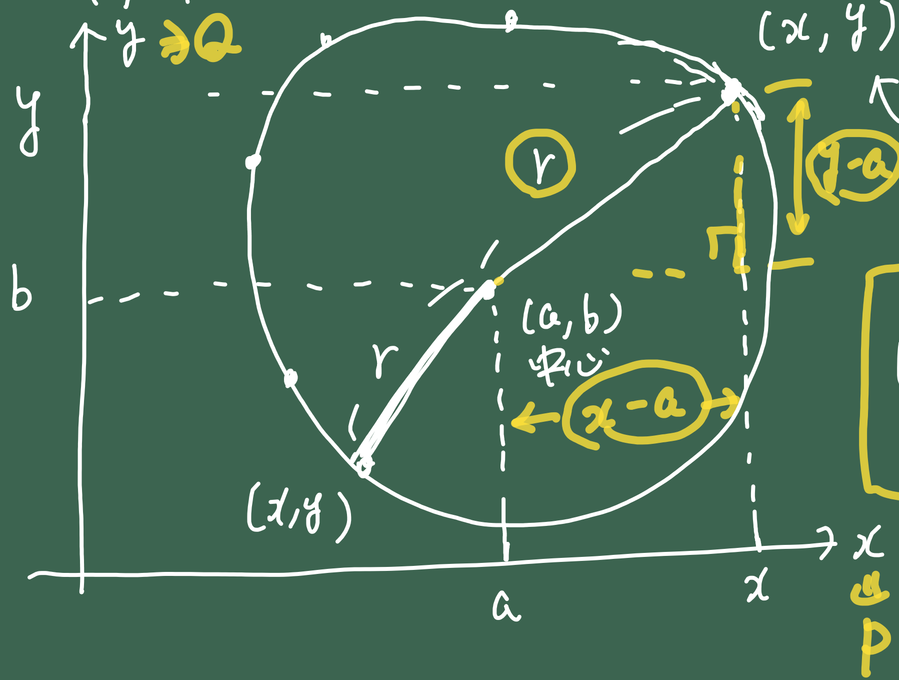
↕

複素数 $\dot{z}=\dot{z}_0+re^{j\theta}$

円 → ある点からの距離が一定である点の集合



円の方程式



(x, y)がみたすべき式

⇓

円の方程式

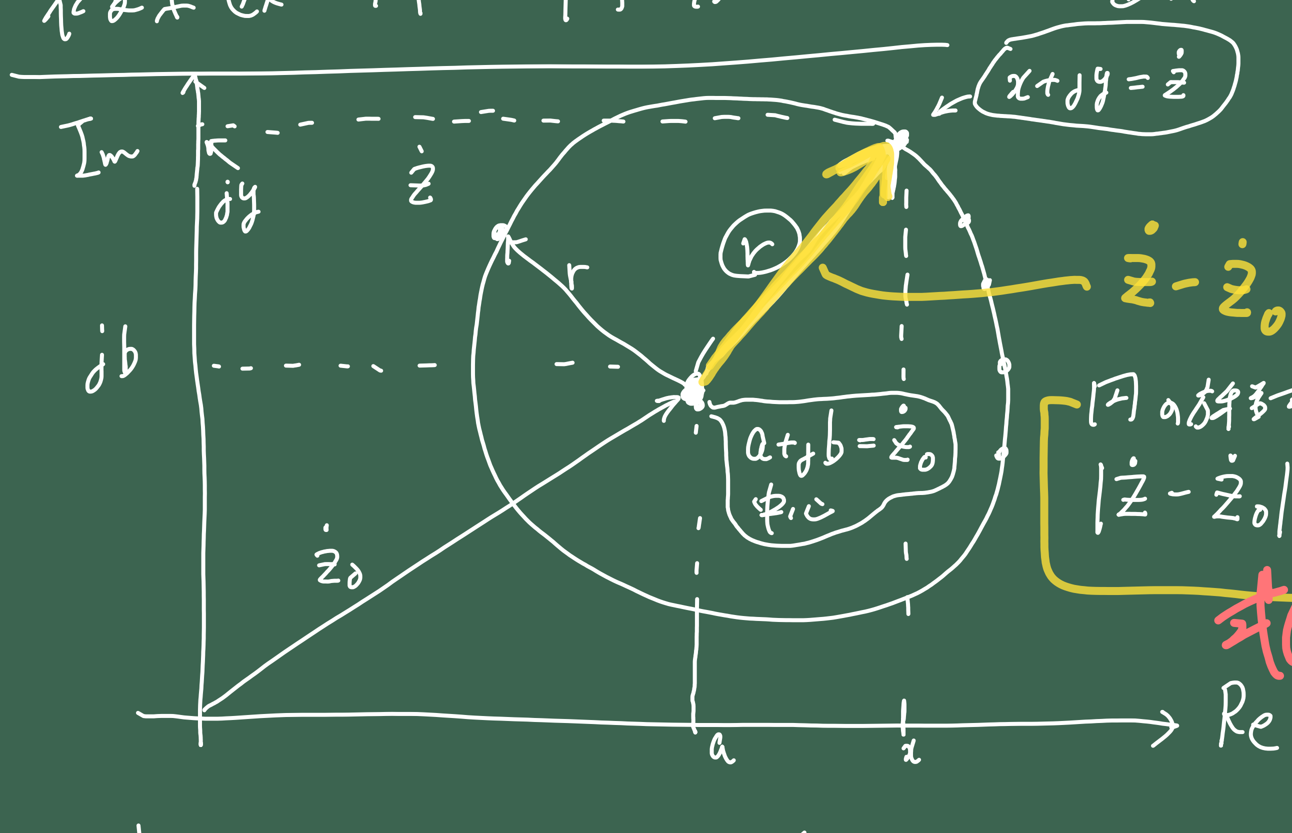
$$(x-a)^2+(y-a)^2=r^2$$

(∵ 三平方の定理)

式(1)

複素数を用いた円の方程式

直交座標



円の方程式

$$|\dot{z}-\dot{z}_0|=r$$

式(2)

問1 式(2)から式(1)を導出せよ

$$(\text{式}(2))^2 \quad |z - z_0|^2 = r^2$$

$\downarrow$

$$|(x+jy) - (a+jb)|^2 = r^2$$

$$|(x-a) + j(y-b)|^2 = r^2$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \qquad \text{式}(1) \qquad \text{Q.E.D}$$

極座標による円の方程式

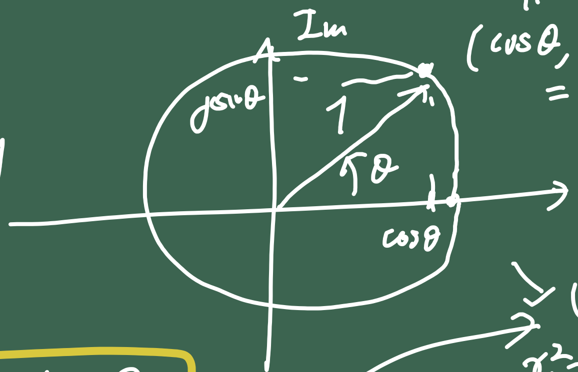
$$\boxed{z = e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta} \qquad 0 \leqq \theta < 2\pi$$

$z = x + jy$

原点からの距離が1
となる点の集合

$\Downarrow$

中心が原点で半径1の円



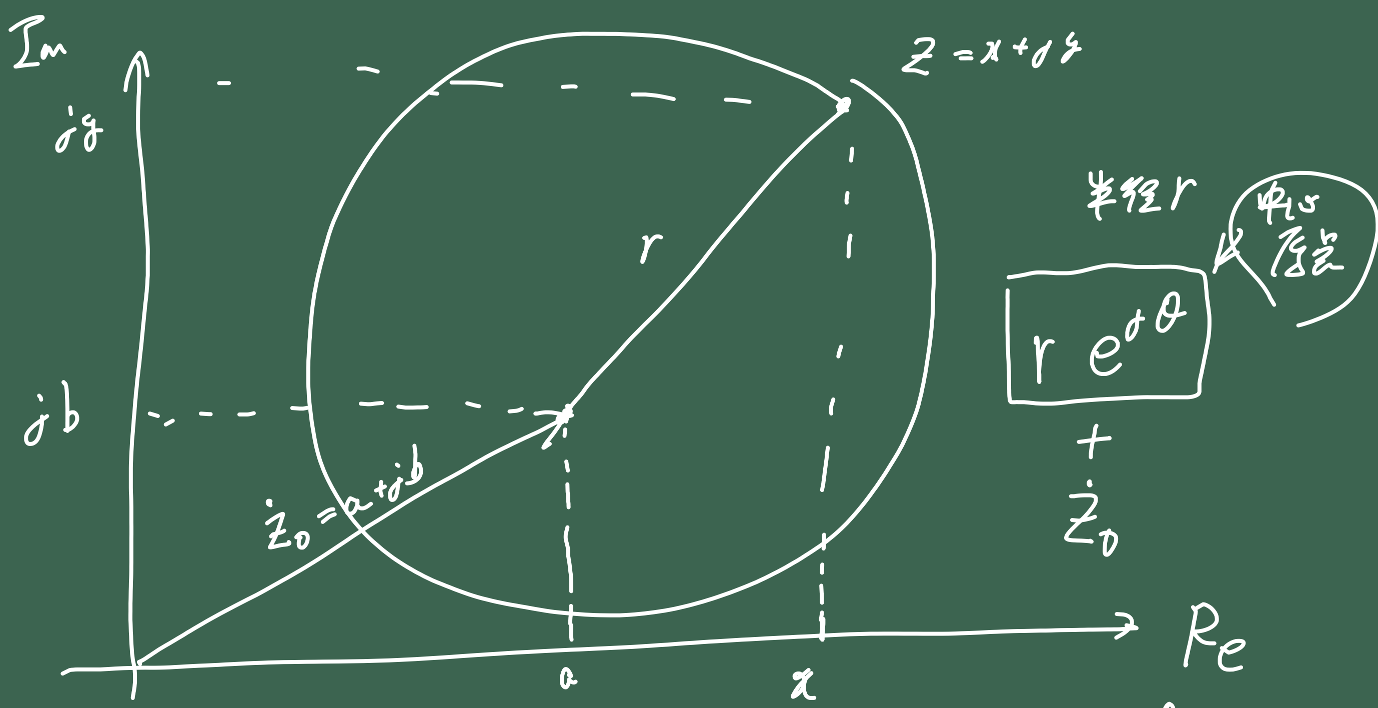
$x = \cos\theta$, $y = \sin\theta$

$$(\cos\theta, \sin\theta) = \cos\theta + j\sin\theta = e^{j\theta} = 1\angle\theta$$

→ 円の方程式をみたす

$$x^2 + y^2 = (\cos\theta)^2 + (\sin\theta)^2 = 1$$

$$|e^{j\theta}| = 1$$



中心 $\dot{z}_0$ $(= a + jb)$ で半径 r の円　　$\dot{z} = \dot{z}_0 + r e^{j\theta}$

式(3)

問2　式(3)が式(1)と式(2)を導出せよ

(x,y)座標　　複素数(直交座標)

問1

↓

式(2)

$$\dot{z} = \dot{z}_0 + r e^{j\theta}$$

$$\dot{z} - \dot{z}_0 = r e^{j\theta}$$

両辺の | | をとる

$$|\dot{z} - \dot{z}_0| = |r e^{j\theta}|$$

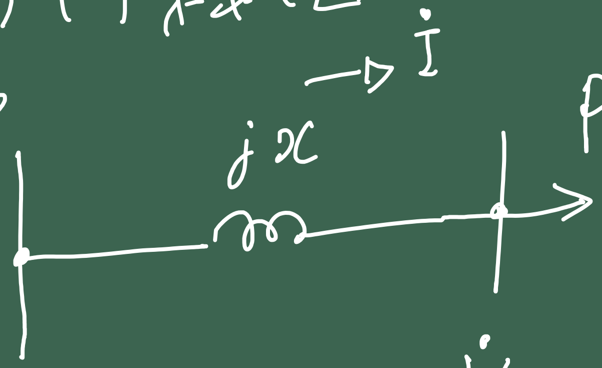
$$= |r|\,|e^{j\theta}| = r\,1 = r$$

式(2)

電力円線図

送電端　　　　　　　　　　受電端

P_s+jQ_s　　　　　　　　P_r+jQ_r



$\dot{V}_s = V_s\angle\delta$　　　　$\dot{V}_r = V_r\angle 0$
（基準）

問3
P_s+jQ_s を求め
送電円を描け
$\sqrt{3}\,\dot{V}_s\,\bar{\dot{I}}$

V_s, V_r を一定とするとき, P_s+jQ_s と P_r+jQ_r は
円を描く ⇐ 電力円線図

よく参考書に載っている導出　（例）

$$\dot{I} = \frac{\frac{V_s}{\sqrt{3}}\angle\delta - \frac{V_r}{\sqrt{3}}\angle 0}{jx}$$

遅れ力率 $Q_r>0$

$$P_r+jQ_r = \sqrt{3}\,\dot{V}_r\,\bar{\dot{I}} = V_r\,\overline{\left(\frac{V_s\angle\delta - V_r\angle 0}{jx}\right)}$$

$$= V_r\,\frac{\overline{V_s\angle\delta - V_r\angle 0}}{\overline{jx}}$$

$$\boxed{= V_r \frac{V_s \angle(-\delta) - V_r}{-jx}}$$

極座標

直交座標

$$= V_r \frac{V_s \cos\delta - j V_s \sin\delta - V_r}{-jx}$$

$$= V_r \frac{j(V_s \cos\delta - V_r) + V_s \sin\delta}{x}$$

$$= \frac{V_r V_s \sin\delta}{x} + j \frac{V_r V_s \cos\delta - V_r^2}{x}$$

$$P_r = \frac{V_r V_s \sin\delta}{x}, \quad Q_r = \frac{V_r V_s \cos\delta - V_r^2}{x}$$

$\sin^2\delta + \cos^2\delta = 1$ を使えるように変形!

うつす

$$P_r^2 + \left(Q_r + \frac{V_r^2}{x}\right)^2$$

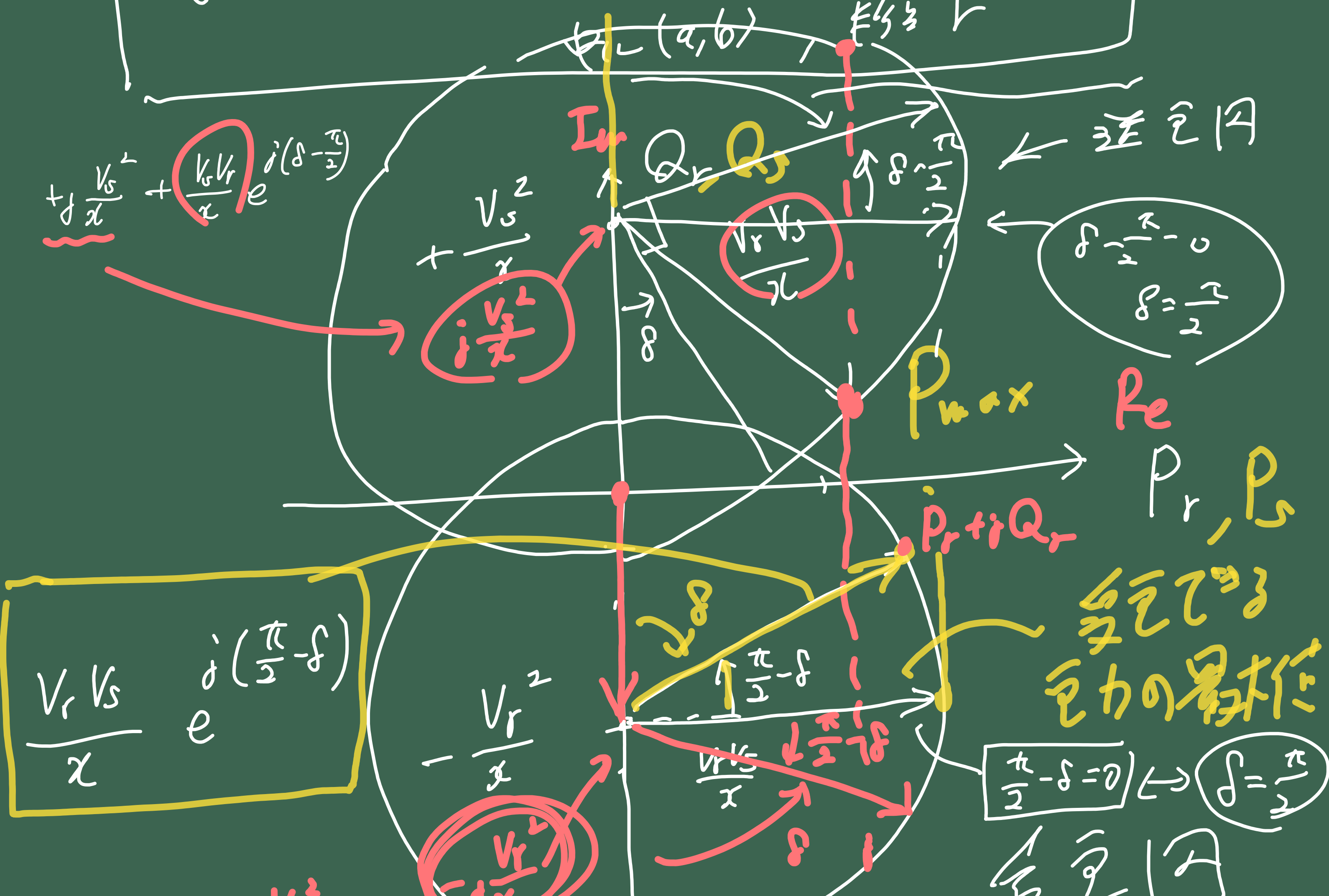
$$= \left(\frac{V_r V_s}{x}\right)^2 \sin^2\delta + \left(\frac{V_r V_s}{x}\right)^2 \cos^2\delta$$

$$= \left(\frac{V_r V_s}{x}\right)^2 \underbrace{(\sin^2\delta + \cos^2\delta)}_{=1} = \left(\frac{V_r V_s}{x}\right)^2$$

$$P_r^2 + \left(Q_r + \frac{V_r^2}{x}\right)^2 = \left(\frac{V_rV_s}{x}\right)^2$$ } 受電円

中心 $\left(0, -\frac{V_r^2}{x}\right)$, 半径 $\frac{V_rV_s}{x}$ の円

$$\boxed{\text{式(1)} : (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \quad \text{中心}(a,b), \text{半径 } r}$$



$$P_r + jQ_r = -j\frac{V_r^2}{x} + \frac{V_rV_s}{x}e^{j(\frac{\pi}{2}-\delta)}$$

$$P_s + jQ_s = \sqrt{3}\, V_s \overline{\dot{I}} = (V_s\angle\delta)\overline{\left(\frac{V_s\angle\delta - V_r}{jx}\right)}$$

$$= (V_s\angle\delta)\,\frac{V_s\angle(-\delta) - V_r}{-jx}$$

$$= \frac{V_s^2 - V_sV_r\angle\delta}{-jx}$$

極

直

$$= \frac{jV_s^2 - j(V_sV_r\cos\delta + jV_sV_r\sin\delta)}{x}$$

$$= \underbrace{\frac{V_sV_r}{x}\sin\delta}_{''P_r} + j\underbrace{\frac{V_s^2 - V_sV_r\cos\delta}{x}}_{''Q_r}$$

$$\sin^2\delta + \cos^2\delta = 1$$

$$P_{\cancel{r}\,s}^2 + \left(Q_{\cancel{r}\,s} - \frac{V_s^2}{x}\right)^2 = \left(\frac{V_sV_r}{x}\right)^2\sin^2\delta + \left(-\frac{V_sV_r}{x}\right)^2\cos^2\delta$$

$$= \left(\frac{V_sV_r}{x}\right)^2\underbrace{(\sin^2\delta + \cos^2\delta)}_{1}$$

$$= \left(\frac{V_sV_r}{x}\right)^2$$

$$\left\{\begin{array}{l} \text{中心}\left(0, +\frac{V_s^2}{x}\right) \\ \text{半径}\ \frac{V_sV_r}{x} \end{array}\right\}$$

極座標でやってみよう

$P_r + jQ_r$

$$= V_r \frac{V_s \angle(-\delta) - V_r}{-jx}$$

$V_s e^{-j\delta}$

$$= V_r \frac{jV_s \angle(-\delta) - jV_r}{x}$$

$e^{j\frac{\pi}{2}}$

$\shortparallel$

$$= -j\frac{V_r^2}{x} + j\frac{V_r V_s}{x} e^{-j\delta}$$

$$= -j\frac{V_r^2}{x} + \frac{V_r V_s}{x} e^{j\frac{\pi}{2}} e^{-j\delta}$$

$$= -j\frac{V_r^2}{x} + \boxed{\frac{V_r V_s}{x}} e^{j\boxed{\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)}}$$

$$\boxed{(\text{極})\quad \dot{z} = \dot{z}_0 + \boxed{r} e^{j\theta} \quad \text{中心 } z_0,\ \text{半径 } r}$$

中心 $-j\frac{V_r^2}{x}$，半径 $\frac{V_r V_s}{x}$

问4 $P_s + jQ_s$ = (极坐标)

$$= \frac{V_s^2 - V_sV_r\angle\delta}{-jx}$$

$$-j = e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$= +j\frac{V_s^2}{x} - j\frac{V_sV_r}{x}e^{j\delta} = +j\frac{V_s^2}{x} + \frac{V_sV_r}{x}e^{j(\delta-\frac{\pi}{2})}$$

$\boxed{\text{中心 } j\frac{V_s^2}{x} \quad \text{半径 } \frac{V_sV_r}{x}}$

H30 問3

$$\dot{I} = \frac{e^{j\delta}-1}{jX}$$

(2) $$\dot{S}_s = \dot{E}_s \overline{\dot{I}}$$

$$= (1\angle\delta)\,\frac{e^{-j\delta}-1}{-jX}$$

$$(1\angle\delta) = e^{j\delta}$$

$$= \frac{1-e^{j\delta}}{-jX}$$

$$-j = e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$= j\frac{1}{X} - j\frac{1}{X}e^{j\delta}$$

$$= j\frac{1}{X} + \frac{1}{X}e^{j(\delta-\frac{\pi}{2})}$$

中心 $j\frac{1}{X}$，半径 $\frac{1}{X}$