電験二種　オンライン講座

電力管理　送電（3）

2024.10.27 Sun

R01 問2

問２　図に示すように，発電機より直列リアクタンス X をもつ送電線を介して負荷に有効電力 P，無効電力 Q を供給している場合を考える。ここに送電端電圧を $V_s\angle\delta$，受電端(負荷端)電圧を $V_r\angle 0$ とする。また，無効電力の符号は遅れ無効電力を正とする。

(1) 負荷の有効電力 P 及び無効電力 Q を，V_s，V_r，δ 及び X で表す式を導出せよ。

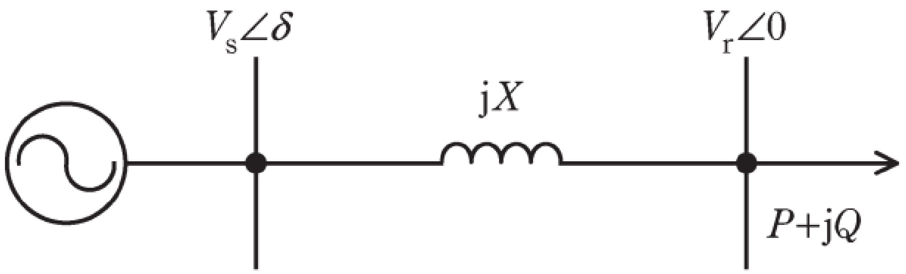
(2) 送電端電圧の大きさ V_s を 1 p.u.，送電線から負荷に供給する有効電力 P を 0.5 p.u.，無効電力 Q を 0 p.u.とするとき，受電端電圧の大きさ V_r 及び δ ($0^\circ \leqq \delta < 45^\circ$) を求めたい。ここに送電線のリアクタンス X は 0.5 p.u.とする。

a ）有効電力に関する式から V_r を，δ を用いて表せ。

b ）無効電力に関する式から V_r を，δ を用いて表せ。

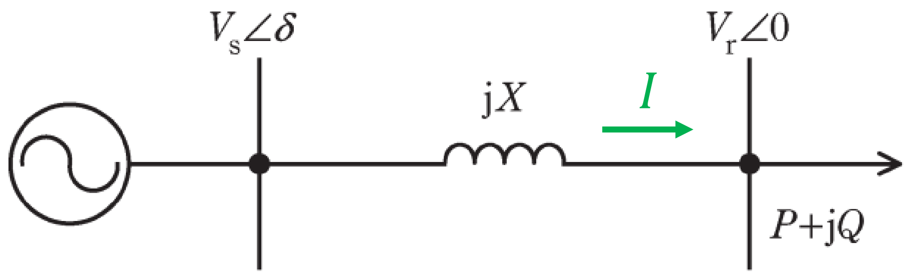
c ） a) 及び b) の結果から δ 及び V_r の値を求めよ。

ただし，$\sin 2x = 2\sin x\cos x$，$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ を用いてもよい。



R01 問2

問２　図に示すように，発電機より直列リアクタンス X をもつ送電線を介して負荷に有効電力 P，無効電力 Q を供給している場合を考える。ここに送電端電圧を $V_s\angle\delta$，受電端（負荷端）電圧を $V_r\angle 0$ とする。また，無効電力の符号は遅れ無効電力を正とする。



(1) 負荷の有効電力 P 及び無効電力 Q を，V_s，V_r，δ 及び X で表す式を導出せよ。

電流Iの式を作る

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}_s - \dot{V}_r}{jX}$$

電力の式を作る

$\dot{V}_r\bar{I} = P + jQ$ **（遅れ無効電力が正）**

※電流を共役複素数に取る場合、遅れ無効電力が正
電圧を共役複素数に取る場合、進み無効電力が正

$$\dot{V}_r\bar{I} = V_r\overline{\frac{\dot{V}_s - \dot{V}_r}{jX}} = V_r\frac{\bar{V}_s - \bar{V}_r}{\overline{jX}} = V_r \times \frac{\bar{V}_s - V_r}{-jX} = j\frac{V_r\bar{V}_s}{X} - j\frac{V_r^2}{X}$$

$$= j\frac{V_rV_s}{X}e^{-j\delta} - j\frac{V_r^2}{X} = j\frac{V_rV_s}{X}(\cos\delta - j\sin\delta) - j\frac{V_r^2}{X}$$

$$P + jQ = \frac{V_rV_s}{X}\sin\delta + j\left(\frac{V_rV_s}{X}\cos\delta - \frac{V_r^2}{X}\right)$$

$$P = \frac{V_rV_s}{X}\sin\delta \qquad Q = \frac{V_rV_s}{X}\cos\delta - \frac{V_r^2}{X}$$

(2) 送電端電圧の大きさ V_s を 1 p.u.，送電線から負荷に供給する有効電力 P を 0.5 p.u.，無効電力 Q を 0 p.u.とするとき，受電端電圧の大きさ V_r 及び δ（$0^\circ \leqq \delta < 45^\circ$）を求めたい。ここに送電線のリアクタンス X は 0.5 p.u.とする。

a）有効電力に関する式から V_r を，δ を用いて表せ。

$$P = \frac{V_rV_s}{X}\sin\delta \rightarrow V_r = \frac{XP}{V_s\sin\delta} = \frac{0.5\times 0.5}{1\times\sin\delta} = \frac{0.25}{\sin\delta}$$

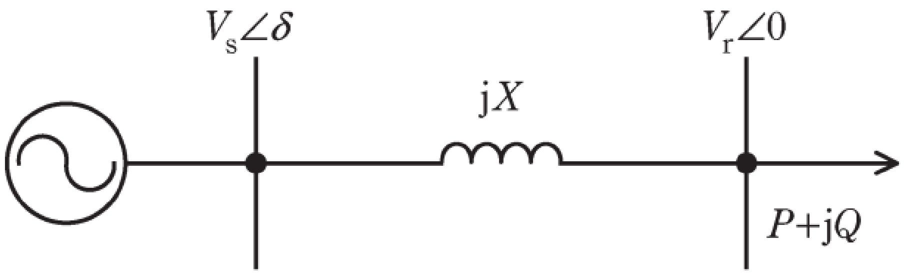
b）無効電力に関する式から V_r を，δ を用いて表せ。

$$Q = \frac{V_rV_s}{X}\cos\delta - \frac{V_r^2}{X} \rightarrow 0 = \frac{1\times V_r}{0.5}\cos\delta - \frac{V_r^2}{0.5}$$

$$\rightarrow 0 = V_r\cos\delta - V_r^2 \rightarrow 0 = \cos\delta - V_r \rightarrow V_r = \cos\delta$$

R01 問2

(2) 送電端電圧の大きさV_sを 1 p.u.，送電線から負荷に供給する有効電力 P を 0.5 p.u.，無効電力Qを0 p.u.とするとき，受電端電圧の大きさV_r及びδ($0^\circ \leqq \delta < 45^\circ$)を求めたい。ここに送電線のリアクタンス$X$は0.5 p.u.とする。



c） a）及びb）の結果からδ及びV_rの値を求めよ。

ただし，$\sin 2x = 2\sin x \cos x$，$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$を用いてもよい。

$$V_r = \frac{0.25}{\sin\delta} \rightarrow \sin\delta = \frac{0.25}{V_r} \qquad \cos\delta = V_r$$

$$\sin^2\delta + \cos^2\delta = 1 \rightarrow \left(\frac{0.25}{V_r}\right)^2 + (V_r)^2 = 1$$

$$0.25^2 + V_r^4 = V_r^2 \rightarrow V_r^4 - V_r^2 + 0.25^2 = 0$$

$$V_r^2 = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 0.25^2}}{2} = 0.9330, 0.06699(\text{不適})$$

$$V_r = 0.9659$$

$$\sin\delta = \frac{0.25}{V_r} \qquad \cos\delta = V_r$$

$$\sin\delta = \frac{0.25}{\cos\delta} \rightarrow \sin\delta\cos\delta = 0.25 \rightarrow 2\sin\delta\cos\delta = 0.5$$

$$\sin 2\delta = 0.5 \rightarrow 2\delta = 30° \rightarrow \delta = 15°$$

H30 問3

問３　電力円線図と無効電力損失に関して，次の問に答えよ。ただし，計算には全て単位法を用いること。

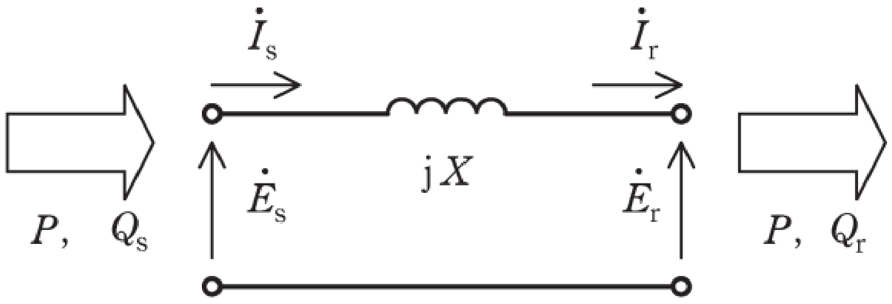
(1) 短距離の高圧送電線は，対地容量と線路抵抗を無視すると図のような等価回路で表現できる。送受電端の電圧の大きさがともに 1.0 p.u.に保たれるとして，送電電力 P，送電端無効電力 Q_s，受電端無効電力 Q_r はそれぞれどのように表されるか。送受電端電圧間の位相差 δ(受電端を基準とする) と送電線リアクタンス X を用いて表せ。ただし，無効電力は遅れを正とする。

(2) 上記の場合に，送電端複素電力 $\dot{S}_s = P + jQ_s$ 及び受電端複素電力 $\dot{S}_r = P + jQ_r$ が複素平面上で円を描くことを示せ。

(3) 上で求めた二円はそれぞれ送電円，受電円と呼ばれており，一般に複素平面上に表された複素送電電力の線図を電力円線図と呼ぶ。送電線の亘長が 2 倍になり，X が 2 倍になっても引き続き同一の有効電力を送電する場合，δが大きく開くことを送電円を用いて説明せよ。

(4) (3) に記したように X を 2 倍にした送電線でも同一の有効電力を送電するとき，無効電力損失が X を 2 倍にする前と比べてどうなるかを送電円，受電円を用いて説明せよ。

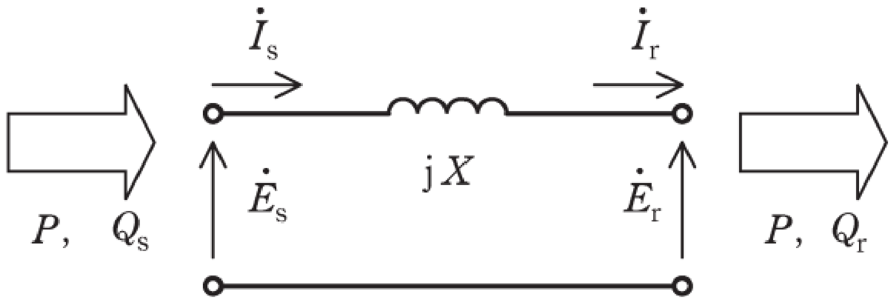
(5) 周波数 50 Hz，作用インダクタンス 1.3 mH/km をもつ 10 km 一回線の送電線で 300 MW を送電する場合について送電円，受電円を描き，sinδと無効電力損失 $Q_s - Q_r$ を算出せよ。単位法は基準電圧 66 kV，基準容量 1 000 MV·A とし，π=3.141 6 とする。



H30 問3

問３　電力円線図と無効電力損失に関して，次の問に答えよ。ただし，計算には全て単位法を用いること。

（1）短距離の高圧送電線は，対地容量と線路抵抗を無視すると図のような等価回路で表現できる。送受電端の電圧の大きさがともに 1.0 p.u.に保たれるとして，送電電力 P，送電端無効電力 Q_s，受電端無効電力 Q_r はそれぞれどのように表されるか。送受電端電圧間の位相差δ(受電端を基準とする)と送電線リアクタンス X を用いて表せ。ただし，無効電力は遅れを正とする。



$$\dot{E}_s = E_s\angle\delta \qquad \dot{E}_r = E_r\angle 0$$

電流Iの式を作る

$$\dot{I}_s = \dot{I}_r = \frac{\dot{E}_s - \dot{E}_r}{jX}$$

電力の式を作る

$$\dot{E}_s\bar{I} = P + jQ_s \qquad \dot{E}_r\bar{I} = P + jQ_r$$

$$\dot{E}_r\bar{I} = E_r\overline{\frac{\dot{E}_s - \dot{E}_r}{jX}} = E_r\frac{\overline{\dot{E}_s} - \overline{\dot{E}_r}}{\overline{jX}} = E_r \times \frac{\overline{\dot{E}_s} - E_r}{-jX} = j\frac{E_r\overline{\dot{E}_s}}{X} - j\frac{E_r^2}{X}$$

$$= j\frac{E_rE_s}{X}\mathrm{e}^{-j\delta} - j\frac{E_r^2}{X} = j\frac{E_rE_s}{X}(\cos\delta - j\sin\delta) - j\frac{E_r^2}{X}$$

$$P + jQ_r = \frac{E_rE_s}{X}\sin\delta + j\left(\frac{E_rE_s}{X}\cos\delta - \frac{E_r^2}{X}\right)$$

$$\dot{E}_s\bar{I} = \dot{E}_s\overline{\frac{\dot{E}_s - \dot{E}_r}{jX}} = \dot{E}_s\frac{\overline{\dot{E}_s} - \overline{\dot{E}_r}}{\overline{jX}} = \dot{E}_s \times \frac{\overline{\dot{E}_s} - E_r}{-jX} = j\frac{\dot{E}_s\overline{\dot{E}_s}}{X} - j\frac{E_r}{X}\dot{E}_s$$

$$= j\frac{\left|\dot{E}_s\right|^2}{X} - j\frac{E_rE_s}{X}\mathrm{e}^{j\delta} = j\frac{\left|\dot{E}_s\right|^2}{X} - j\frac{E_rE_s}{X}\mathrm{e}^{j\delta}(\cos\delta + j\sin\delta)$$

$$P + jQ_s = \frac{E_rE_s}{X}\sin\delta + j\left(-\frac{E_sE_r}{X}\cos\delta + \frac{\left|\dot{E}_s\right|^2}{X}\right)$$

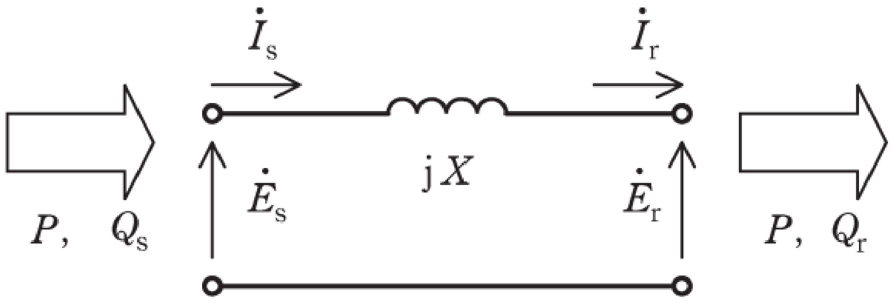
$$P = \frac{E_rE_s}{X}\sin\delta \;\rightarrow P = \frac{\sin\delta}{X}$$

$$Q_r = \frac{E_rE_s}{X}\cos\delta - \frac{E_r^2}{X} \;\rightarrow Q_r = \frac{\cos\delta}{X} - \frac{1}{X}$$

$$Q_s = -\frac{E_sE_r}{X}\cos\delta + \frac{\left|\dot{E}_s\right|^2}{X} \;\rightarrow Q_s = -\frac{\cos\delta}{X} + \frac{1}{X}$$

H30　問3

（2） 上記の場合に，送電端複素電力 $\dot{S}_s = P + jQ_s$ 及び受電端複素電力 $\dot{S}_r = P + jQ_r$ が複素平面上で円を描くことを示せ。



$\dot{E}_s = E_s\angle\delta$　　$\dot{E}_r = E_r\angle 0$

$$P = \frac{\sin\delta}{X} \rightarrow \sin\delta = XP$$

$$Q_r = \frac{\cos\delta}{X} - \frac{1}{X} \rightarrow \cos\delta = XQ_r + 1$$

$$Q_s = -\frac{\cos\delta}{X} + \frac{1}{X} \rightarrow \cos\delta = 1 - XQ_s$$

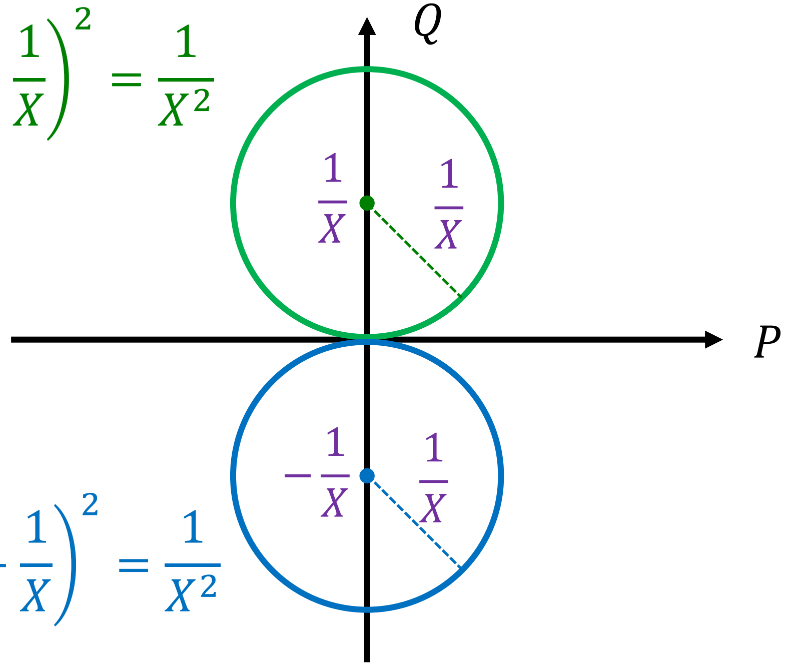
$\sin^2\delta + \cos^2\delta = 1$ より

$$(XP)^2 + (XQ_r + 1)^2 = 1 \rightarrow P^2 + \left(Q_r + \frac{1}{X}\right)^2 = \frac{1}{X^2}$$

$$(XP)^2 + (1 - XQ_s)^2 = 1 \rightarrow P^2 + \left(Q_s - \frac{1}{X}\right)^2 = \frac{1}{X^2}$$

送電円

$$P^2 + \left(Q_s - \frac{1}{X}\right)^2 = \frac{1}{X^2}$$

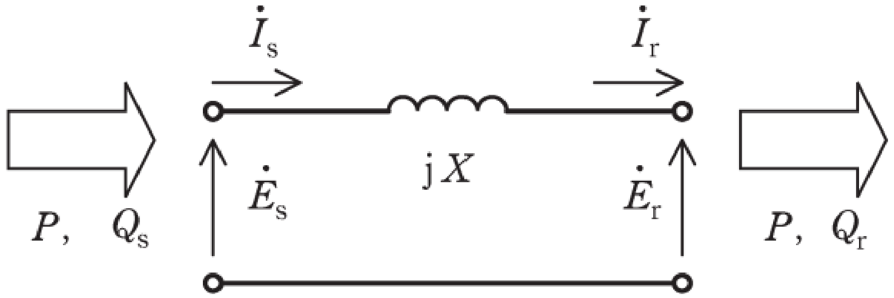


受電円

$$P^2 + \left(Q_r + \frac{1}{X}\right)^2 = \frac{1}{X^2}$$

H30 問3

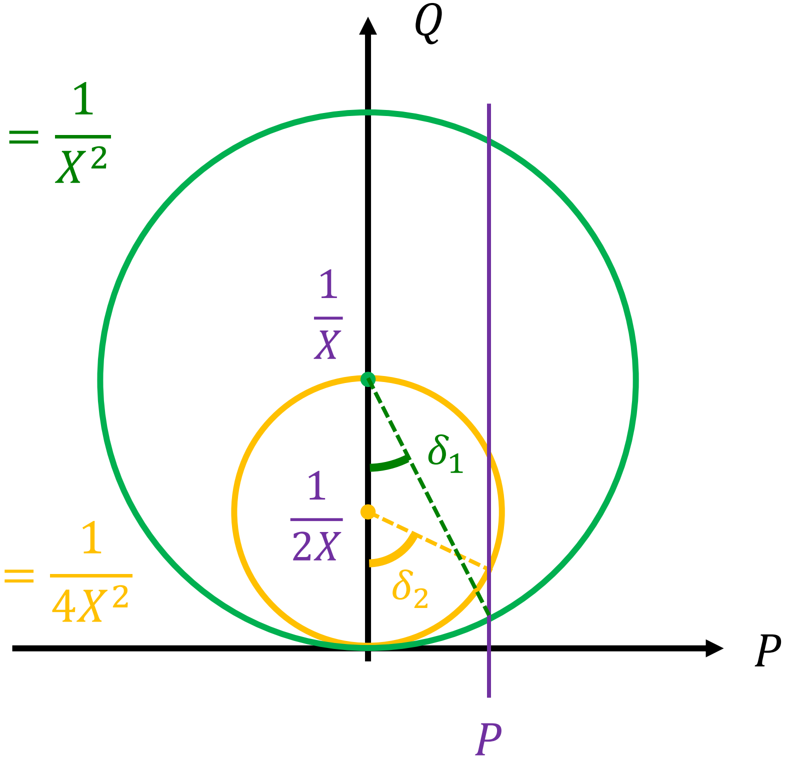
(3) 上で求めた二円はそれぞれ送電円，受電円と呼ばれており，一般に複素平面上に表された複素送電電力の線図を電力円線図と呼ぶ。送電線の亘長が 2 倍になり，X が 2 倍になっても引き続き同一の有効電力を送電する場合，δが大きく開くことを送電円を用いて説明せよ。



$\dot{E}_s = E_s\angle\delta$　　$\dot{E}_r = E_r\angle 0$

$$P^2 + \left(Q_s - \frac{1}{X}\right)^2 = \frac{1}{X^2}$$

$$P^2 + \left(Q_s - \frac{1}{2X}\right)^2 = \frac{1}{4X^2}$$

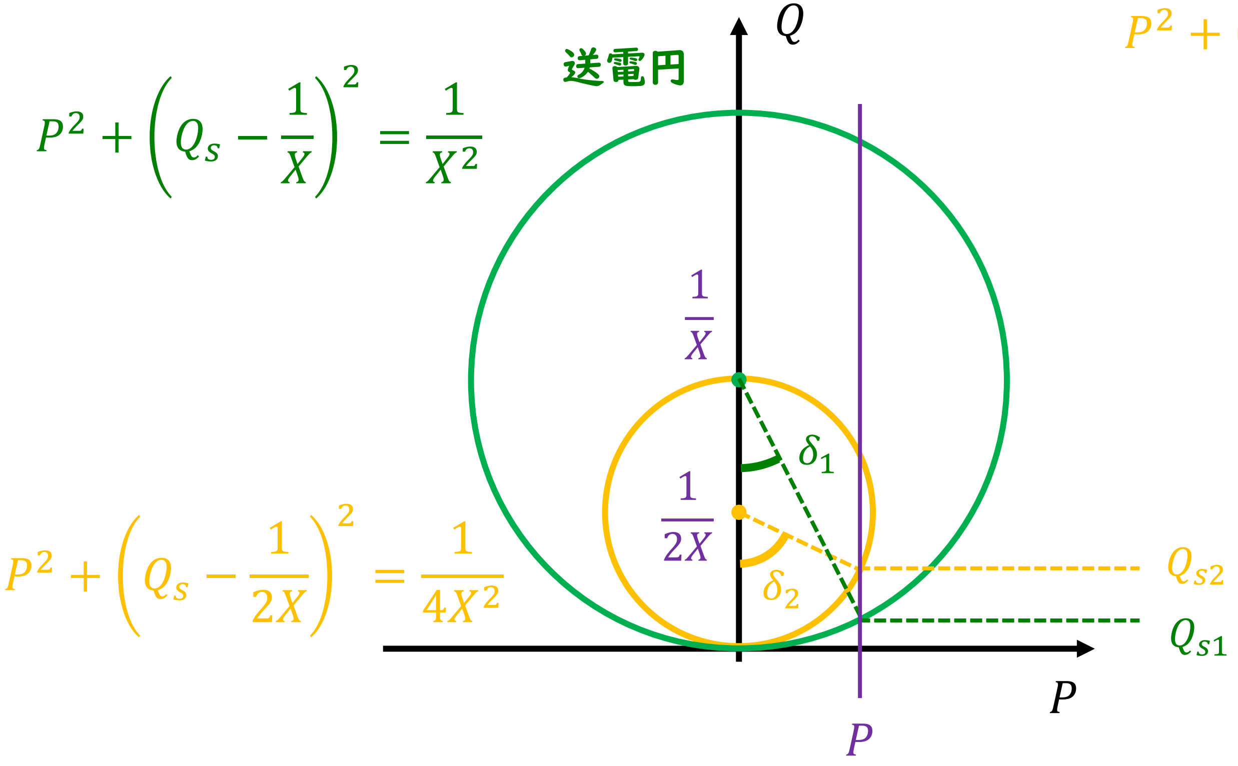


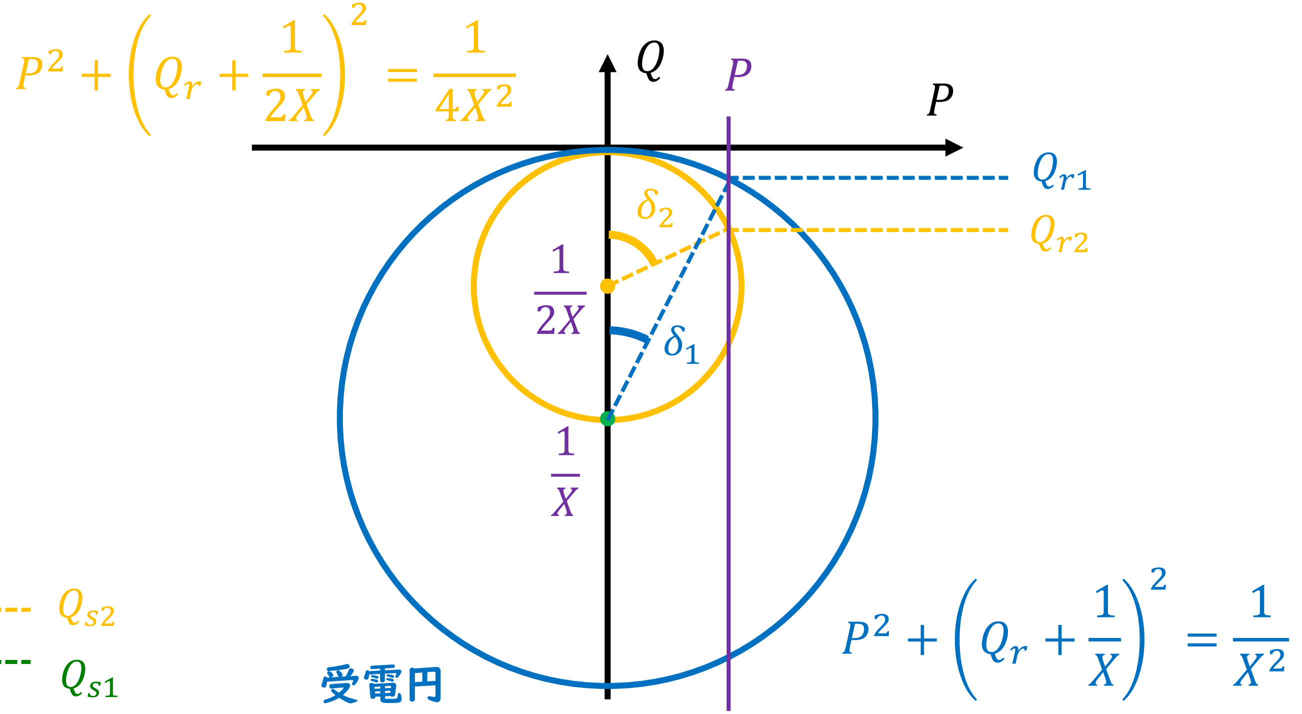
リアクタンスが大きくなると、円線図の半径が小さくなる。同じ有効電力を送る場合、有効電力に対する無効電力の割合が増える

円線図で比較すると、$\delta_2 > \delta_1$となることが分かる。

H30 問3

(4) (3)に記したように X を 2 倍にした送電線でも同一の有効電力を送電するとき，無効電力損失が X を 2 倍にする前と比べてどうなるかを送電円，受電円を用いて説明せよ。



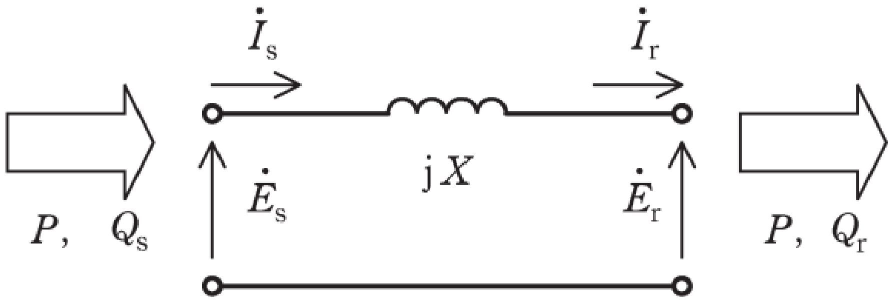


送電円、受電円ともに、円線図の半径が小さくなると、同じ有効電力の場合、無効電力損失の大きさは増加する

$Q_{s2}-Q_{r2}=2Q_{s2}, Q_{s1}-Q_{r1}=2Q_{s1} \rightarrow Q_{s2}-Q_{r2}>Q_{s1}-Q_{r1}$

H30 問3

(5) 周波数 50 Hz，作用インダクタンス 1.3 mH/km をもつ 10 km 一回線の送電線で 300 MW を送電する場合について送電円，受電円を描き，sinδと無効電力損失 $Q_s - Q_r$ を算出せよ。単位法は基準電圧 66 kV，基準容量 1 000 MV·A とし，π=3.141 6 とする。



$\dot{E}_s = E_s\angle\delta$　　$\dot{E}_r = E_r\angle 0$

リアクタンスを単位法で表す

$$Z_{BASE} = \frac{V_{BASE}^2}{S_{BASE}} = \frac{66\times10^3\times66\times10^3}{1000\times10^6} = 4.356\ \Omega$$

$$X_{act} = 2\pi\times50\times1.3\times10^{-3}\times10 = 4.0841\ \Omega$$

$$X\,[\mathrm{p.u.}] = \frac{X_{act}}{Z_{BASE}} = \frac{4.0841}{4.356} = 0.93758$$

有効電力を単位法で表す

$$P[\mathrm{p.u.}] = \frac{P_{act}}{S_{BASE}} = \frac{300}{1000} = 0.3$$

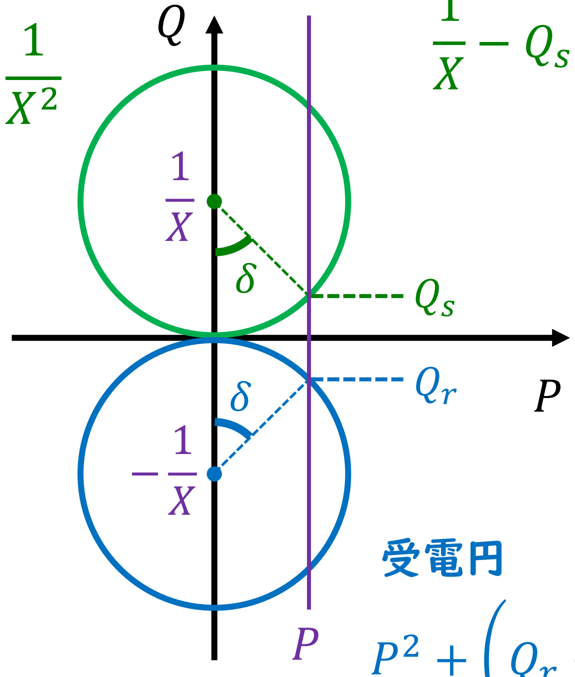
送電側無効電力Q_sを求める

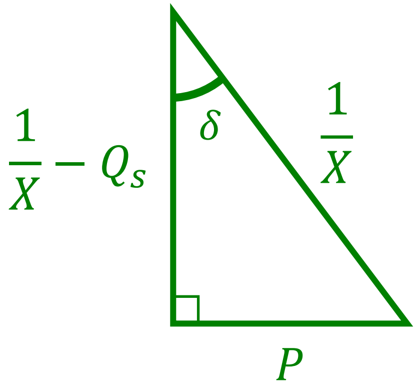
$$\frac{1}{X} - Q_s = \sqrt{\left(\frac{1}{X}\right)^2 - P^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{0.93758}\right)^2 - 0.3^2} = 1.02342$$

$$Q_s = \frac{1}{X} - 1.02342 = 0.043060$$

送電円

$$P^2 + \left(Q_s - \frac{1}{X}\right)^2 = \frac{1}{X^2}$$





sinδを求める

$$\sin\delta = \frac{P}{1/X} = XP = 0.93758\times0.3$$

$$\sin\delta = 0.28127$$

受電円

$$P^2 + \left(Q_r + \frac{1}{X}\right)^2 = \frac{1}{X^2}$$

無効電力損失を求める

$$Q_s - Q_r = 2\times0.043060 = 0.086121$$

ご聴講ありがとうございました!!