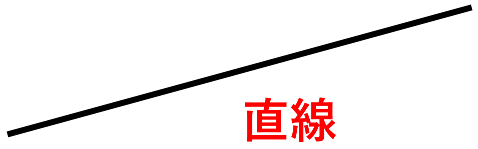
電験三種　オンライン講座

電気数学　第18回
図形
（直線と角度、三角形の合同）

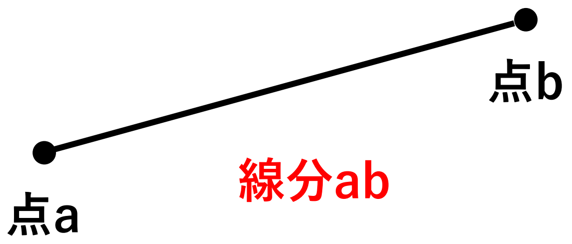
2024.09.08 Sun

直線と線分

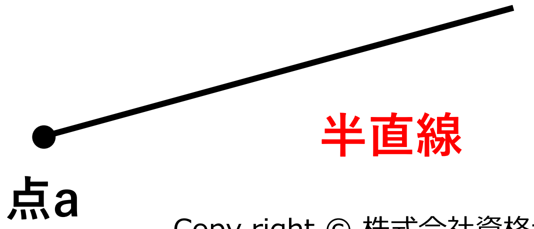
直線とはまっすぐな直線。無限な長さのまっすぐな線を直線という。

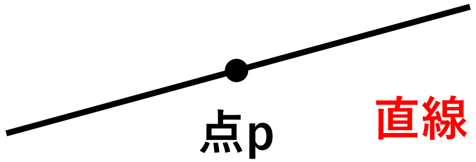


有限な長さの直線は、線分という。例えば、点aと点bを結ぶ直線は線分abという。



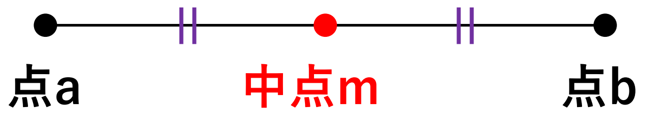
また、直線の１つの端の点が決まっている直線は、半直線という。
途中の点が決まっている場合は直線という。



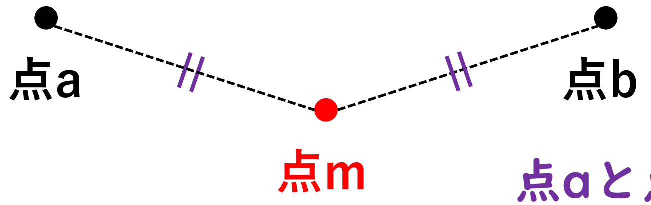


中点、垂直

中点とはある2点を両端とする線分上にあり、その両端から等しい距離にある点

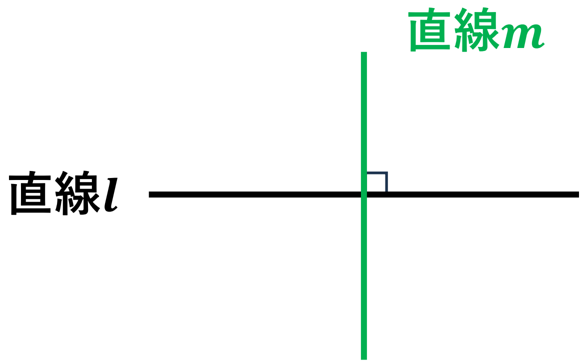


線分abの中央の点が中点

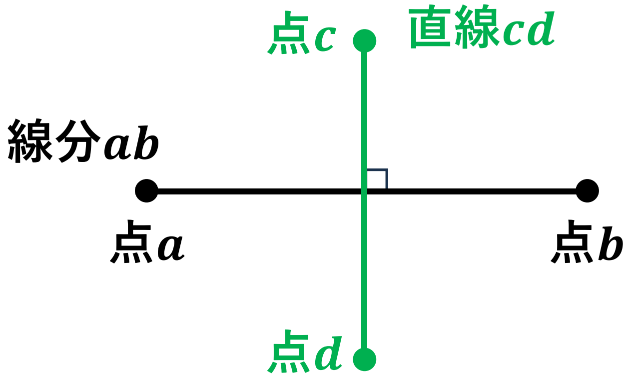


点aと点bから等しい距離の点は
中点とは言わない

垂直とは、ある２つの直線（または線分）のなす角が90°（直角）の状態



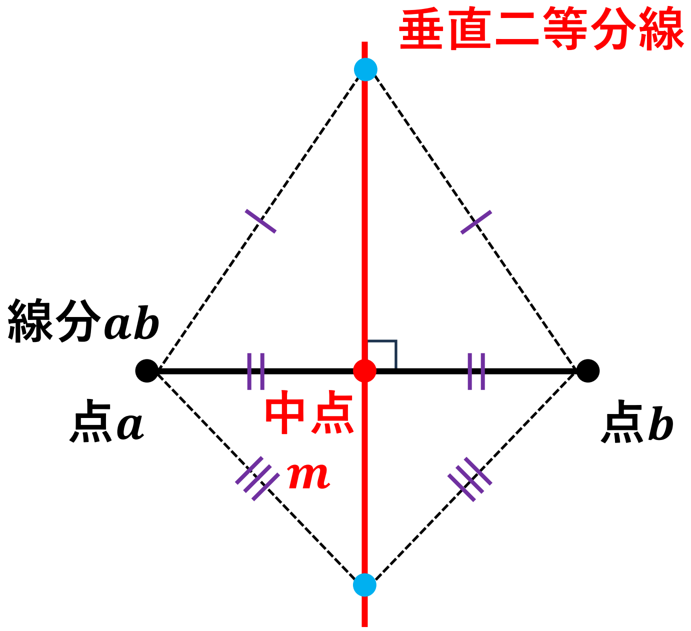
$l \perp m$



$ab \perp cd$

垂直二等分線

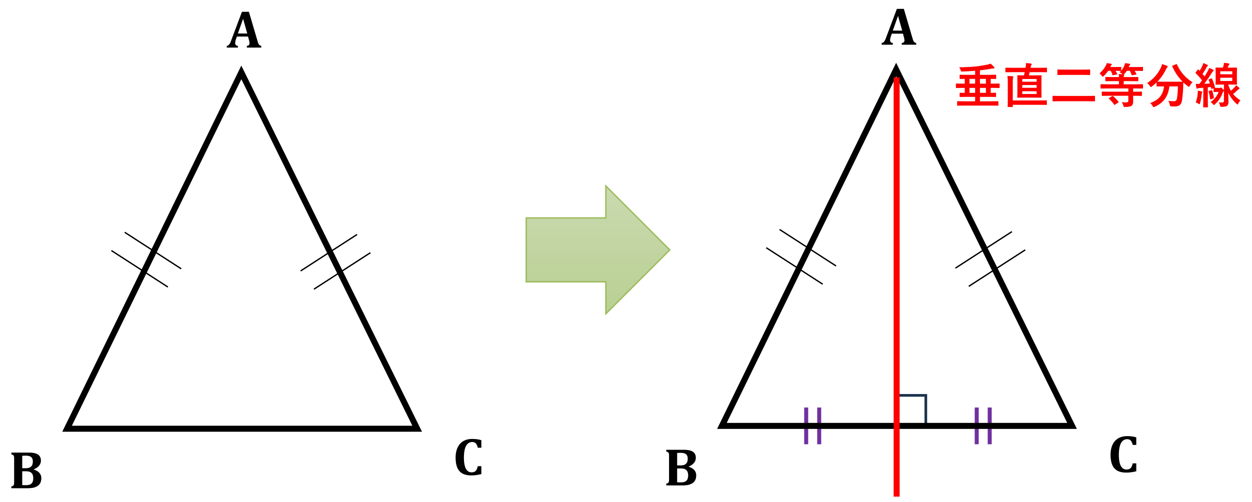
ある線分の中点を通り、その線分に垂直な直線



このとき、垂直二等分線をつくる各点は
必ず、点aと点bから等しい距離の点となる

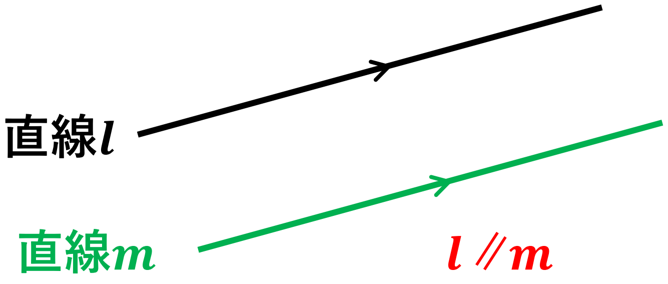
→垂直二等分線は点aと点bから等しい距離にある点の集合
と考えることができる

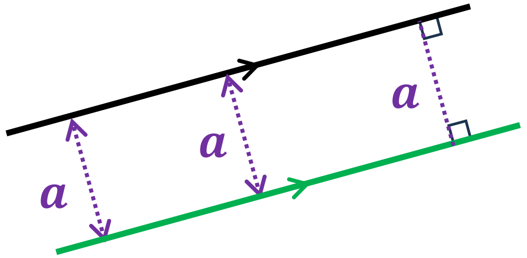
二等辺三角形の頂角Aから
辺BCに下す垂線（垂直な線）は
辺BCに対する垂直二等分線となる



平行

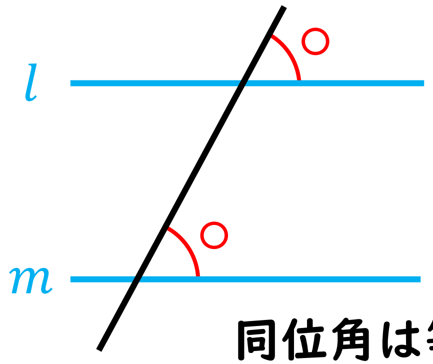
ある2つの直線（または線分）において、それぞれを延長しても交わらない状態を平行という



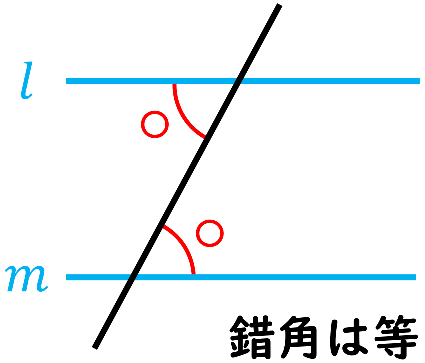


平行状態の2つの線（平行線）の距離は常に一定（図では距離a）

2つの平行線l,mについて



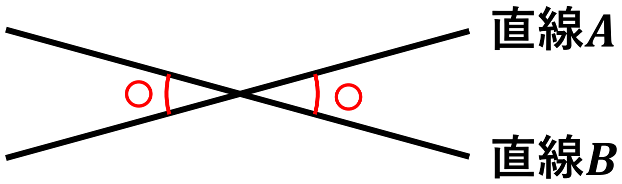
同位角は等しい



錯角は等しい

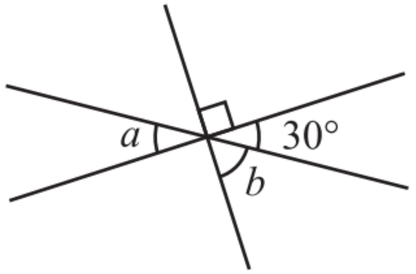
おまけ（対頂角）

2つの直線がなす対頂角は等しい



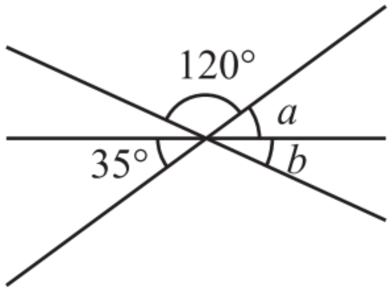
練習問題Ⅰ

（1）



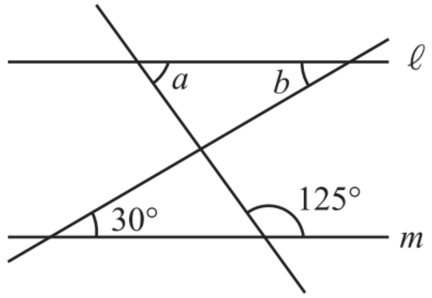
Ans. $a =$ 　　　　$b =$

（2）



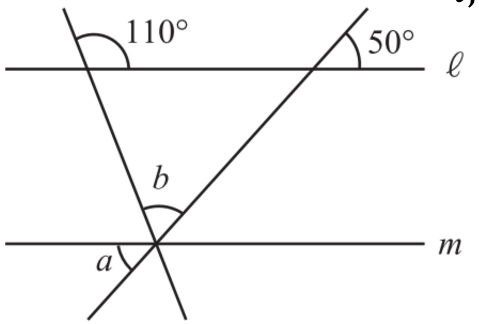
Ans. 　$a =$ 　　　　$b =$

（3） l, mは平行



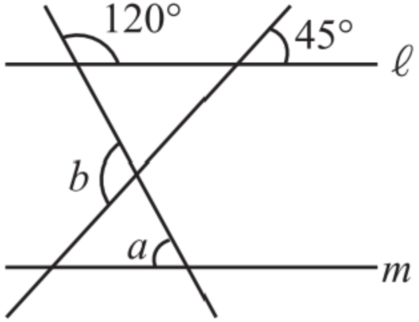
Ans. 　$a =$ 　　　　$b =$

（4） l, mは平行



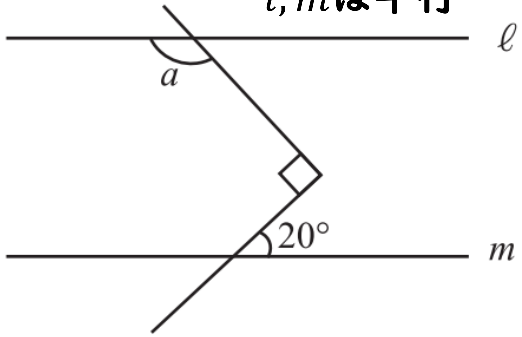
Ans. $a =$ 　　　　$b =$

（5） l, mは平行



Ans. 　$a =$ 　　　　$b =$

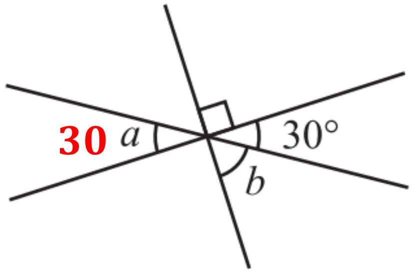
（6） l, mは平行



Ans. 　$a =$

練習問題1（解答）

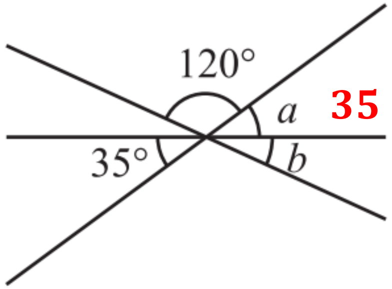
（1）



$b = 180 - 90 - 30 = 60$

Ans. $a = 30°$　　$b = 60°$

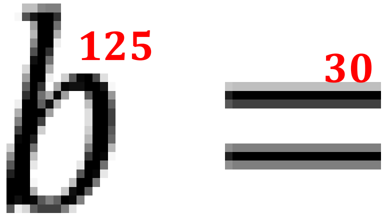
（2）



$b = 180 - 120 - 35 = 25$

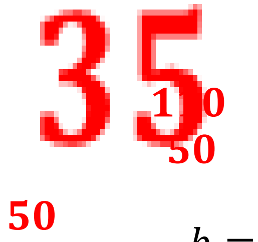
Ans. $a = 35°$　　$b = 25°$

（3） l, mは平行



Ans. $a = 55°$　　$b = 30°$

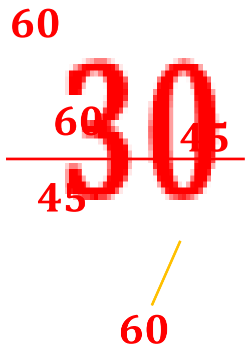
（4） l, mは平行



$b = 110 - 50 = 60$

Ans. $a = 50°$　　$b = 60°$

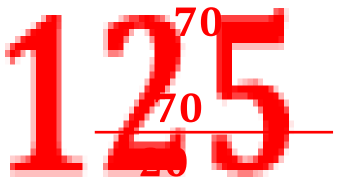
（5） l, mは平行



$b = 60 + 45 = 105$

Ans. $a = 60°$　　$b = 105°$

（6） l, mは平行



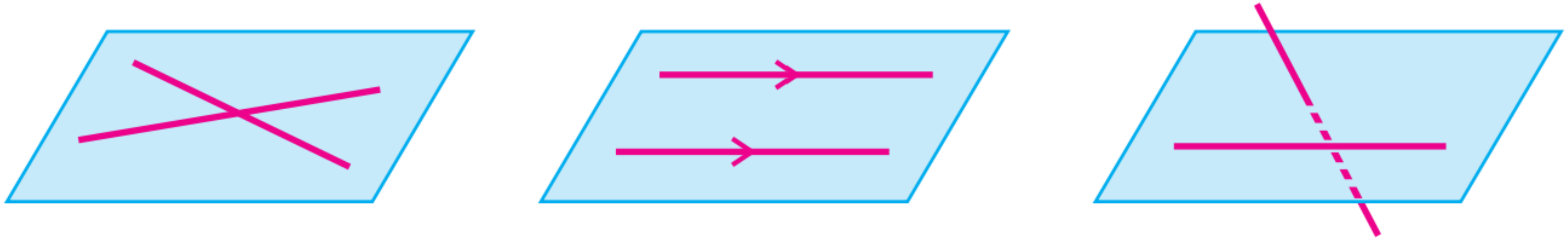
$a = 180 - 70 = 110$

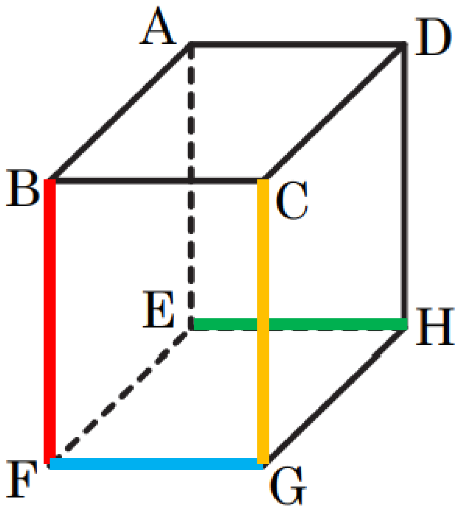
Ans. $a = 110°$

空間と直線

3次元空間で２つの直線の位置関係を考えると、以下の3つのパターンがある
並行じゃなくても2つの直線が交わらない状態を「ねじれ」という

① 交わる　　② 平行　　③ ねじれの位置





例えば、立方体において、

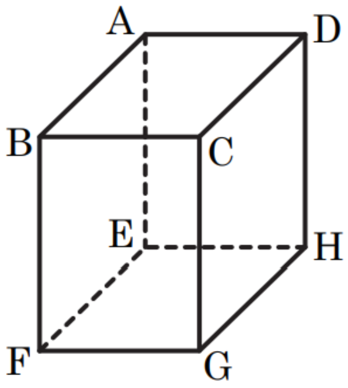
・辺BFに平行な直線 → 辺CF

・辺BFに垂直な直線 → 辺FG

・辺BFとねじれの位置にある直線 → 辺EH

練習問題2

1．立方体について以下の問に答えよ。

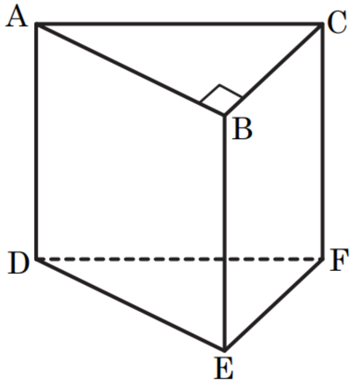


（1）辺ABと平行な辺を全て答えよ

（2）辺ABに垂直な辺を全て答えよ

（3）辺ABとねじれの位置にある辺を全て答えよ

2．三角柱について以下の問に答えよ。



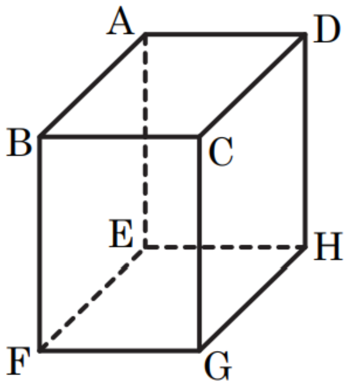
（1）辺ACとねじれの位置にある辺を全て答えよ

（2）面ABCと平行な辺を全て答えよ

（3）面ADEBに垂直な辺を全て答えよ

練習問題2（解答）

1．立方体について以下の問に答えよ。

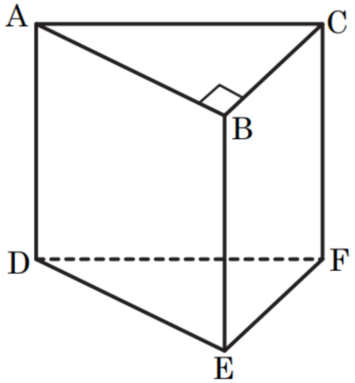


（1）辺ABと平行な辺を全て答えよ　辺DC、辺EF、辺HG

（2）辺ABに垂直な辺を全て答えよ　辺AD、辺BC、辺AE、辺BF

（3）辺ABとねじれの位置にある辺を全て答えよ　辺CG、辺DH、辺FG、辺EH

2．三角柱について以下の問に答えよ。



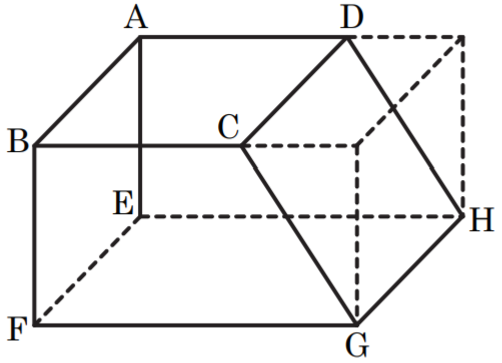
（1）辺ACとねじれの位置にある辺を全て答えよ　辺DE、辺EF、辺BE

（2）面ABCと平行な辺を全て答えよ　辺DE、辺EF、辺FD

（3）面ADEBに垂直な辺を全て答えよ　辺BC、辺EF

練習問題3

1．直方体から三角柱を切り取った立体について以下の問に答えよ。

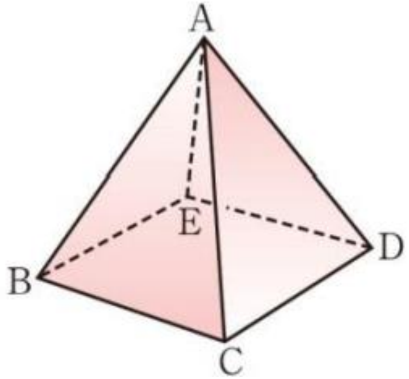


(1) 辺ABとねじれの位置にある辺を全て答えよ

(2) 面ABCDと平行な辺を全て答えよ

(3) 面BFGCに垂直な面を全て答えよ

2．三角錐について以下の問に答えよ。



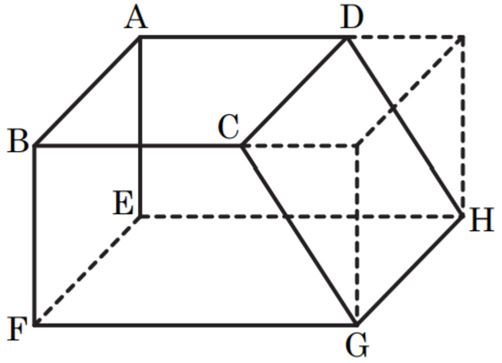
(1) 辺ABとねじれの位置にある辺を全て答えよ

(2) 辺BCとねじれの位置にある辺を全て答えよ

(3) 面ABCに平行な辺を全て答えよ

練習問題３（解答）

１．直方体から三角柱を切り取った立体について以下の問に答えよ。

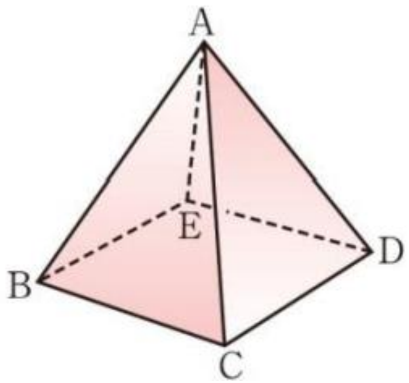


(1) 辺ABとねじれの位置にある辺を全て答えよ　辺FG、辺EH、辺CG、辺DH

(2) 面ABCDと平行な辺を全て答えよ　辺EF、辺HG、辺FG、辺EH

(3) 面BFGCに垂直な面を全て答えよ　面ABFE、面DCGH、面ABCD、面EFGH

2．三角錐について以下の問に答えよ。



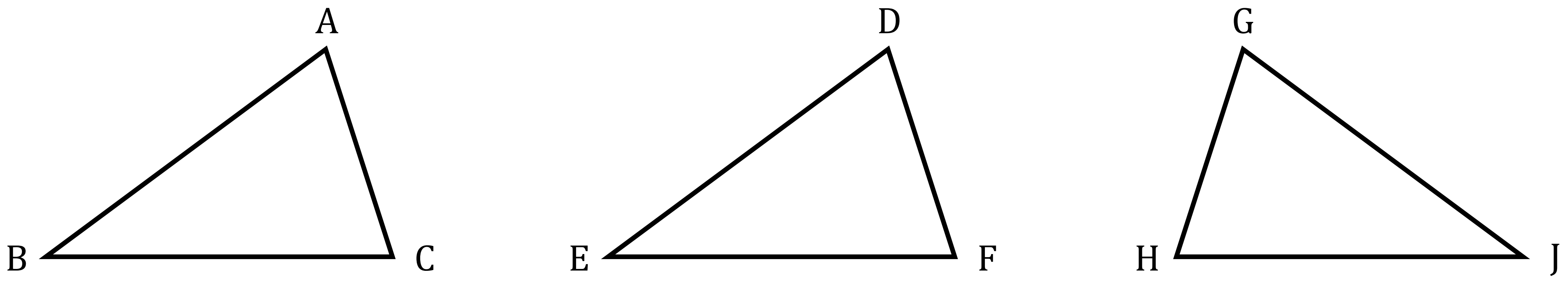
(1) 辺ABとねじれの位置にある辺を全て答えよ　辺CD、辺DE、

(2) 辺BCとねじれの位置にある辺を全て答えよ　辺AE、辺AD

(3) 面ABCに平行な辺を全て答えよ　辺ED

三角形の合同条件

合同とは、それらの形と大きさが同じであるということ（ぴったり重なること）



全ての辺の長さと角の大きさが同じなら
→三角形ABCと三角形DEFは合同
($\triangle ABC \equiv \triangle DEF$)

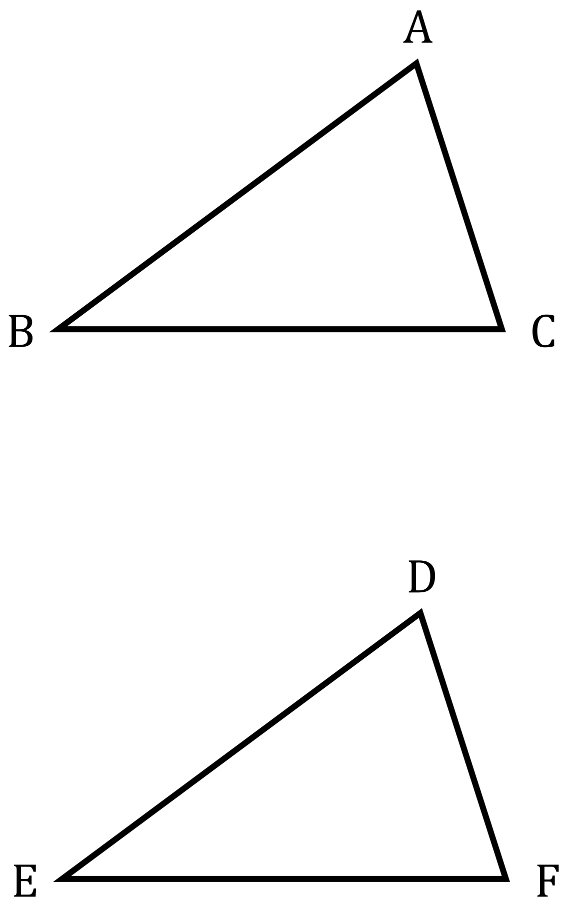
向きが違うだけならOK
三角形GJHは三角形ABCを反転した図形
($\triangle ABC \equiv \triangle GJH$)

合同な三角形では

$AB = DE$、$BC = EF$、$CA = FD$
$\angle A = \angle D$、$\angle B = \angle E$、$\angle C = \angle F$
が成り立つ

数式の場合、
同じ角度の頂点
を対応させて記述

三角形の合同条件



①2つの三角形において3つの辺の長さがそれぞれ等しい

$AB = DE$
$BC = EF$　　ならば、$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$
$CA = FD$

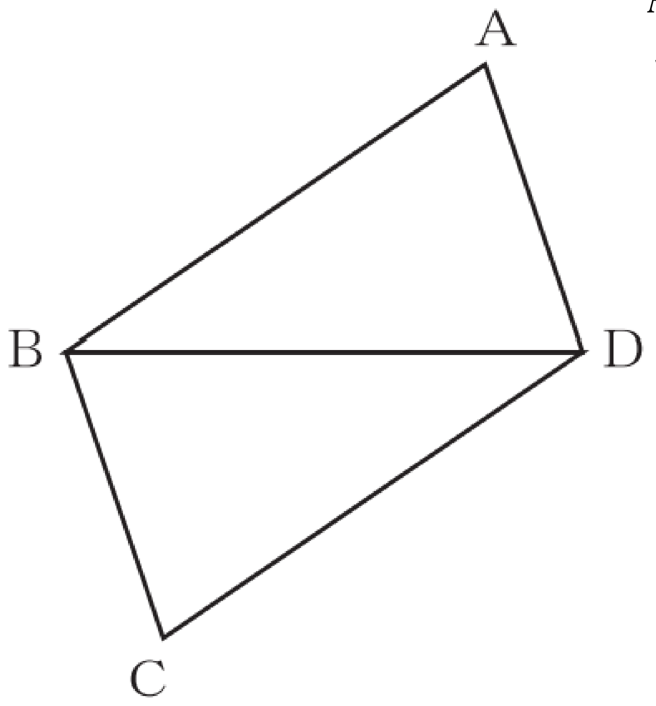
②2つの三角形において２つの辺の長さとその間の角の大きさがそれぞれ等しい

$AB = DE$
$BC = EF$　　ならば、$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$
$\angle B = \angle E$

③2つの三角形において１つの辺の長さとその両端の角の大きさがそれぞれ等しい

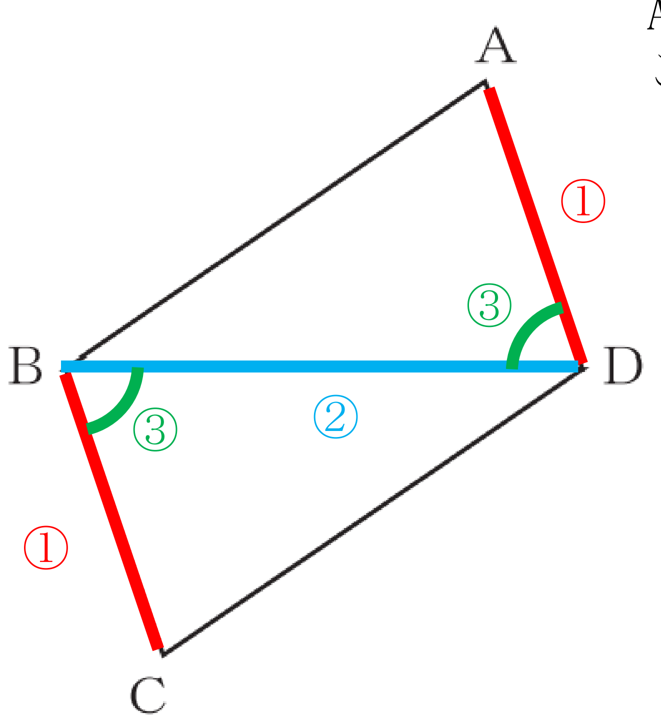
$AB = DE$
$\angle A = \angle D$　　ならば、$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$
$\angle B = \angle E$

練習問題4



AB＝CDでかつ、ABとCDが平行な場合、三角形ABDと三角形CDBが合同であることを証明せよ。

練習問題4（解答）



AB＝CDでかつ、ABとCDが平行な場合、三角形ABDと三角形CDBが合同であることを証明せよ。

仮定より、
AB＝CD　―①

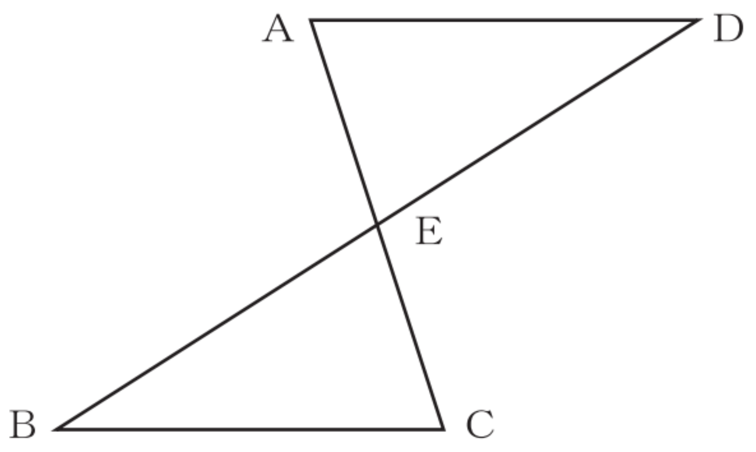
1つの辺が共通なので
BD＝DB　―②

AB//CDより、錯角は等しいので
∠ADB＝∠CBD　―③

①②③より、
△ABDと△CDBにおいて、2つの辺とその間の角がそれぞれ等しいので
△ABD≡△CDB

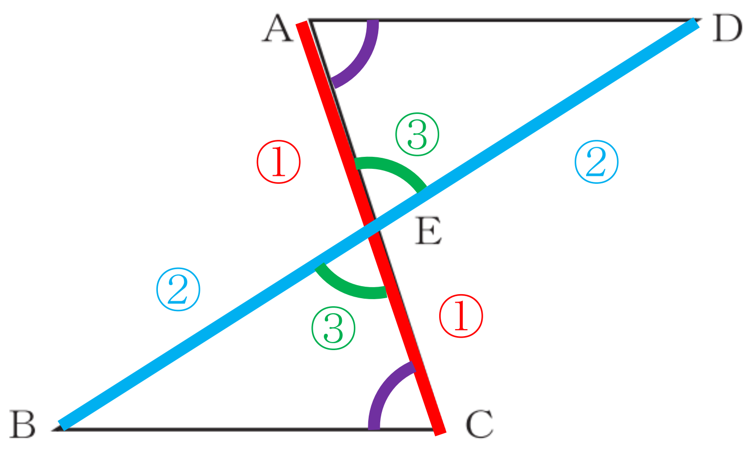
練習問題5

点EがAC、BDの中点ならば、AB//CDとなることを証明せよ。



練習問題5（解答）

点EがAC、BDの中点ならば、AB//CDとなることを証明せよ。



仮定より、

AE＝CE　　　　－①
DE＝BE　　　　－②

対頂角は等しいので

∠AED＝∠CEB　－③

①②③より、
△ABDと△CDBにおいて、2つの辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△AED≡△CEB

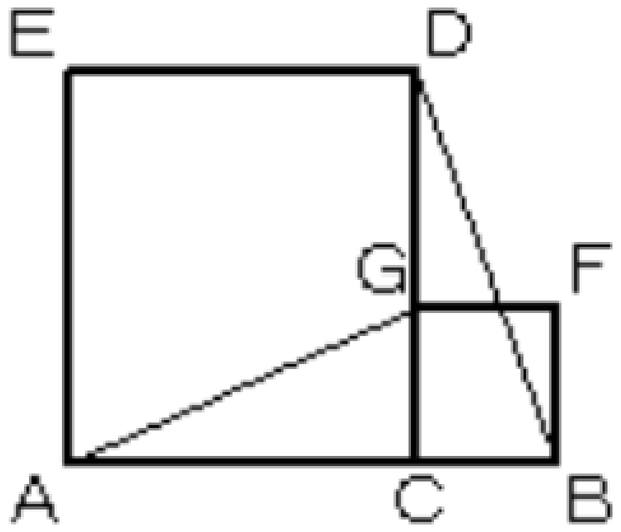
三角形が合同であることから、

∠EAD＝∠ECB

であり、錯角が等しいことから、

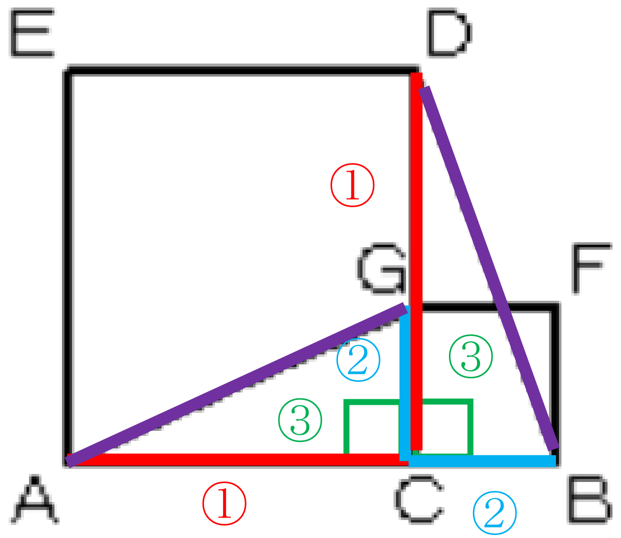
AB//CD

練習問題6



正方形ACDEと正方形CBFGにおいて、AG＝DBとなることを証明せよ。

練習問題6（解答）



正方形ACDEと正方形CBFGにおいて、AG＝DBとなることを証明せよ。

仮定より、

AC＝CD　　　　　－①

CG＝CE　　　　　－②

正方形の全ての角は90°なので、

∠ACG＝∠DCB＝90°　　　－③

①②③より、

△ABDと△CDBにおいて、2つの辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△ACG≡△DCB

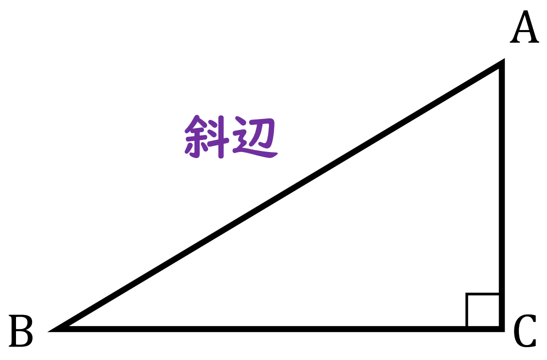
三角形が合同であることから、

AG＝DB

直角三角形の合同条件

e-DEN【イーデン】 × 電験どうでしょう

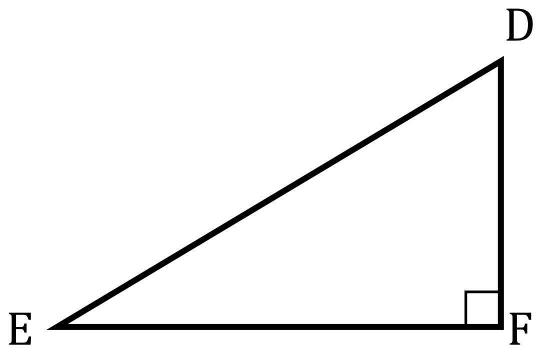
鋭角とは90度未満の角



①斜辺の長さと１つの鋭角の大きさがそれぞれ等しい

$AB = DE$
$\angle B = \angle E$
$(\angle C = \angle F = 90°)$

ならば、$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$

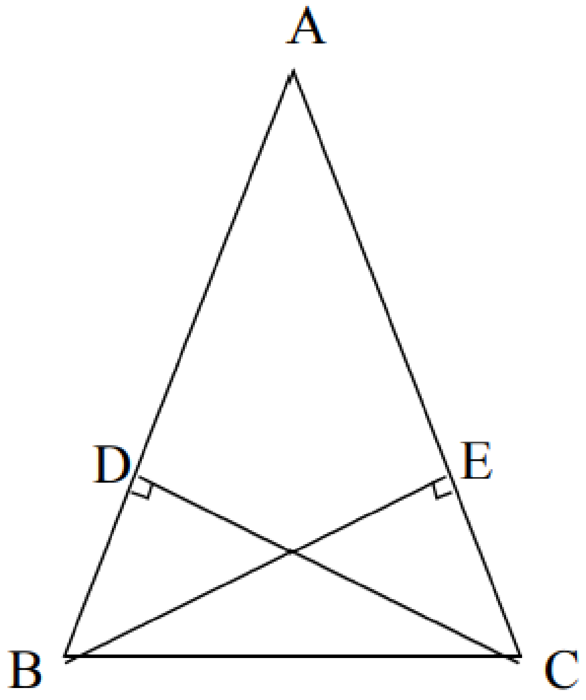


②斜辺と他の１辺の長さがそれぞれ等しい

$AB = DE$
$BC = EF$
$(\angle C = \angle F = 90°)$

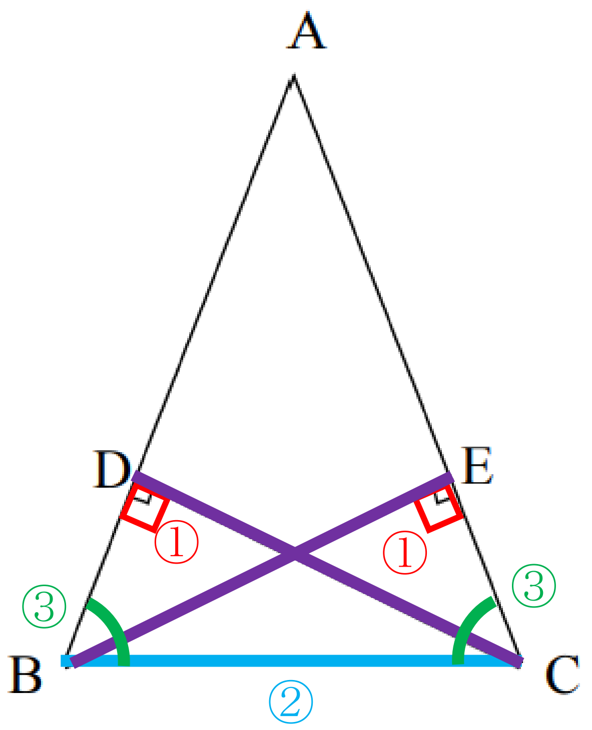
ならば、$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$

練習問題7



AB＝ACの二等辺三角形で、点Cから辺ABに垂線CDをひき、
点Bから辺ACに垂線BEをひく。このとき、DC＝EBとなることを証明せよ。

練習問題7（解答）



AB＝ACの二等辺三角形で、点Cから辺ABに垂線CDをひき、
点Bから辺ACに垂線BEをひく。このとき、DC＝EBとなることを証明せよ。

仮定より、
∠CDB＝∠BEC＝90°　－①

1つの辺が共通なので
BC＝CB　－②

二等辺三角形の底角は等しいので、
∠ABC＝∠ACB　－③

①②③より、
△CBDと△BCEにおいて、直角三角形の斜辺と１つの鋭角が
それぞれ等しいので
△CBD≡△BCE

三角形が合同であることから、
DC＝EB

ご聴講ありがとうございました!!