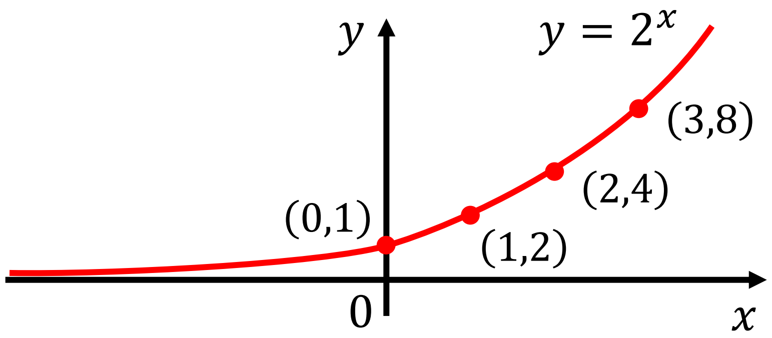
指数関数と対数関数のグラフ

e-DEN【イーデン】 × 電験どうでしょう Let me inject Energy to you!

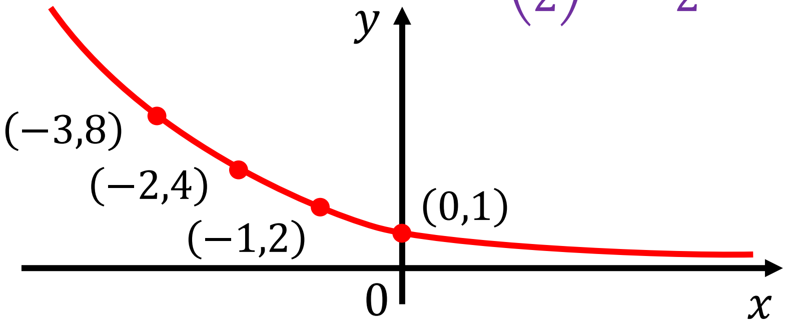
指数関数：$y = a^x$

$a > 1$のとき、xの値が増加すると、
yの値も増加する
$x = 0$のとき$y = 1$



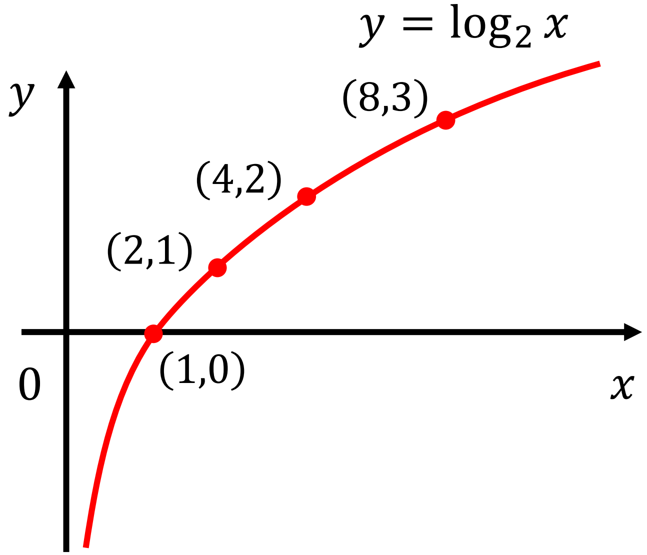
$a < 1$のとき、xの値が増加すると、
yの値は減少する

$y = 0.5^x \quad \rightarrow \quad y = \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{2^x} = 2^{-x}$



対数関数：$y = \log_a x$

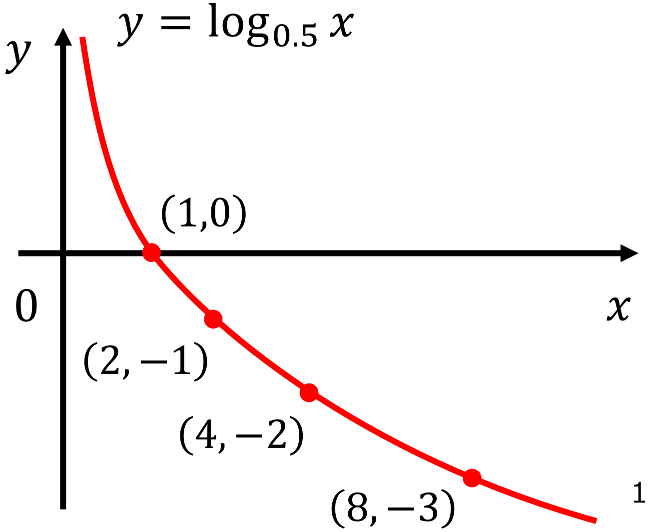
$a > 1$のとき、
xの値が増加すると、
yの値も増加する
$x = 1$のとき$y = 0$



$a < 1$のとき、
xの値が増加すると、
yの値は減少する

$y = \log_{0.5} 2 \rightarrow 0.5^y = 2$

$\left(\frac{1}{2}\right)^y = 2^{-y} = 2 \rightarrow y = -1$



ネイピア数と指数関数

xが大きくなると
全体が大きくなる

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} \rightarrow 2.7182\cdots = \mathrm{e}$$ ネイピア数

xを無限大に
近づけると

xが大きくなると
1に近づく

＜電験で登場するネイピア数＞

オイラーの公式

$$\mathrm{e}^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

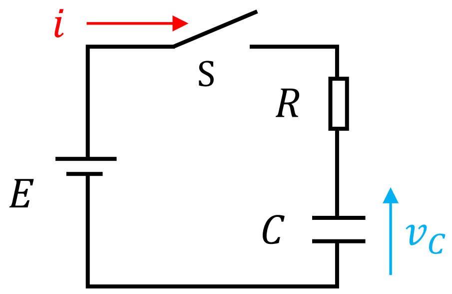
微分積分

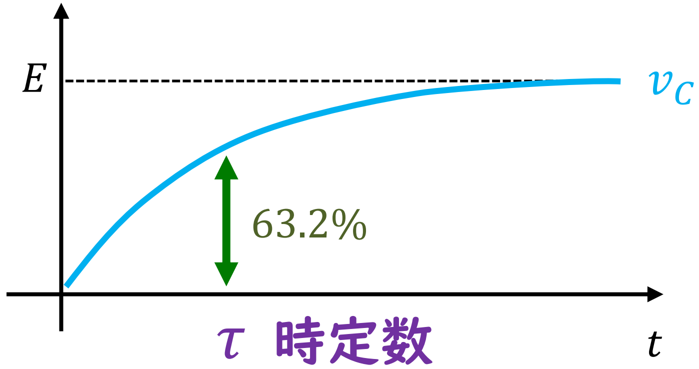
$$y = \mathrm{e}^{x}$$

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \{\mathrm{e}^{x}\}' = \mathrm{e}^{x}$$

$$\int \mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{x}$$

過渡現象





$$63.2\% \rightarrow 0.632 = \frac{1}{2.7182} = \frac{1}{\mathrm{e}} = \mathrm{e}^{-1}$$

電験三種　オンライン講座

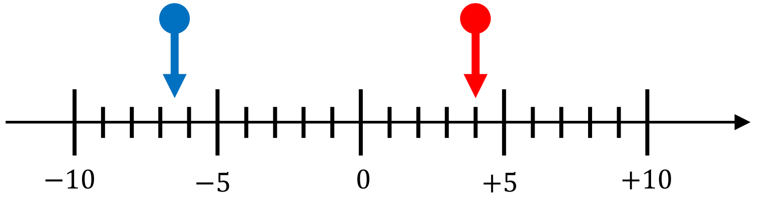
電気数学　第14回
ベクトル（基礎）

2024.07.14 Sun

ベクトル

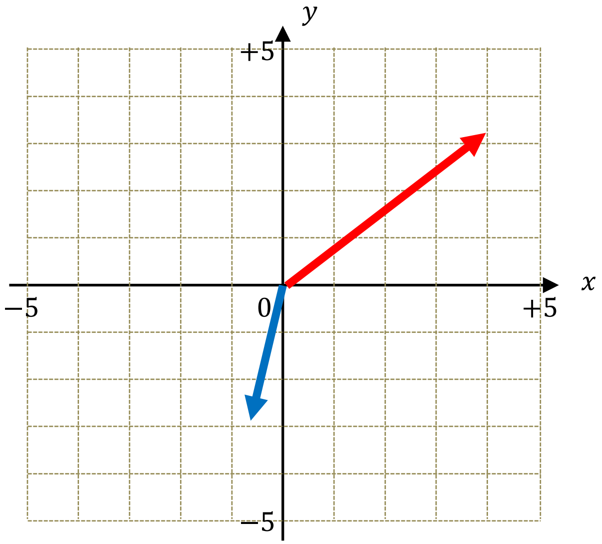
スカラー量　“大きさ”のみ

例）　時間、重さ、温度、面積、エネルギーなど
　　　電荷、静電容量、電力など



ベクトル量　“大きさ”と“向き”

例）　位置、速度、加速度、力など
　　　電流、電圧、インピーダンス、電界、磁界など



ベクトルの表し方

$\vec{a}, \vec{b}$　高校数学での表現

$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$　大学や専門科目での表現（電磁気学）

$\dot{a}, \dot{b}$　ベクトル（複素平面）の表現　←電験はこれ

ベクトルを理解するために

〇計算に必要な知識

A. xy平面の座標の読み方

B. 三平方の定理

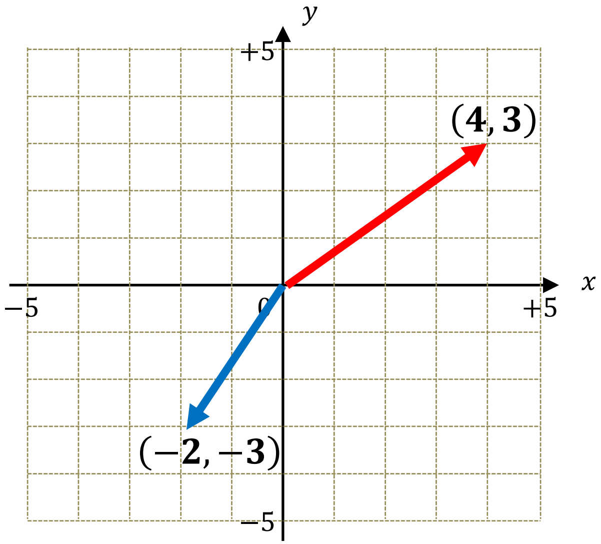
C. 三角関数

〇ベクトルの活用法

1. 位置ベクトル
2. ベクトルの大きさ
3. ベクトルの成分分解
4. ベクトルの合成

位置ベクトル

位置ベクトル：xy平面上で原点Oからの位置(x, y)を表すベクトル

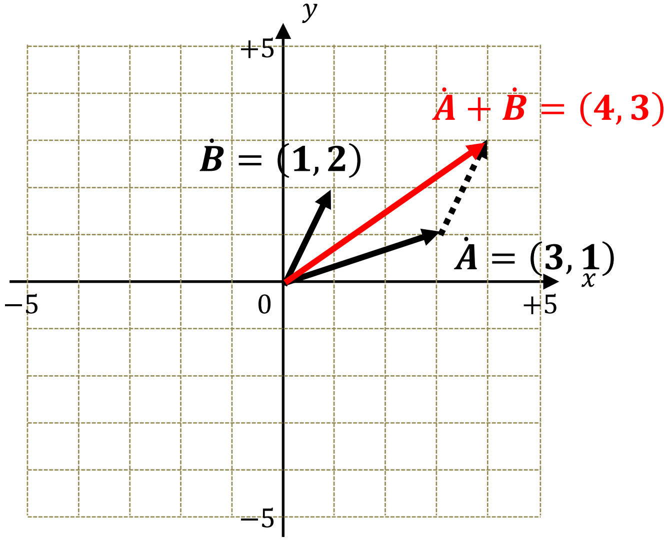


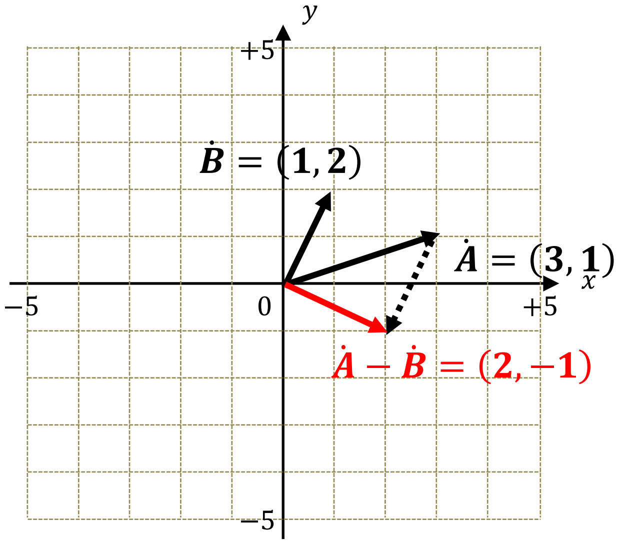
位置ベクトル同士の足し算、引き算

$\dot{A} = (a, b), \dot{B} = (c, d)$

$\dot{A} + \dot{B} = (a + c, b + d)$

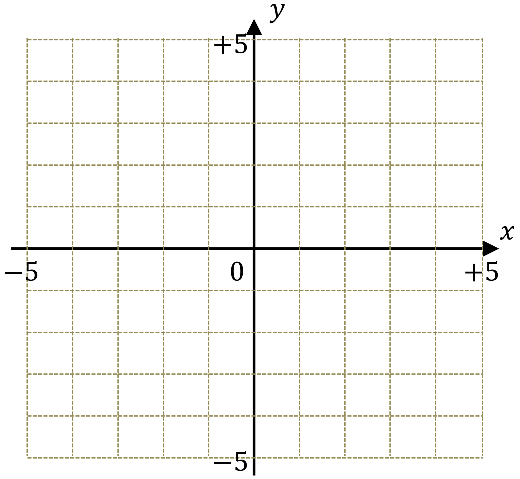
$\dot{A} - \dot{B} = (a - c, b - d)$



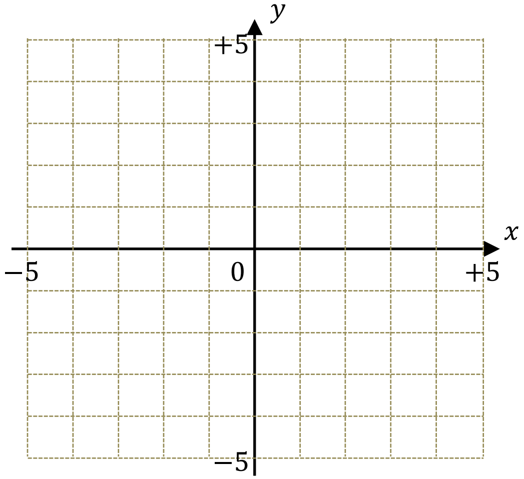


練習問題１

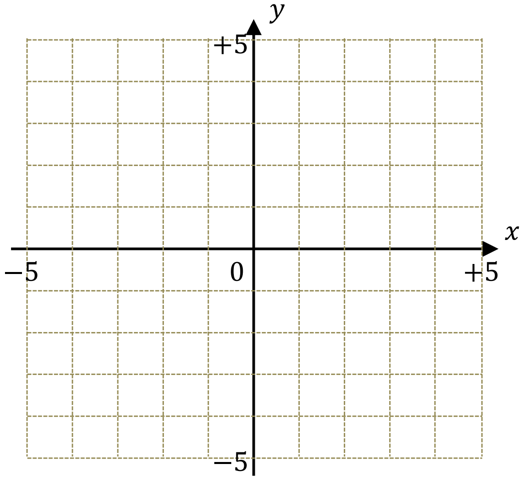
（１）
$\dot{A} = (1, 0)$
$\dot{B} = (2, 0)$
$\dot{C} = \dot{A} + \dot{B}$



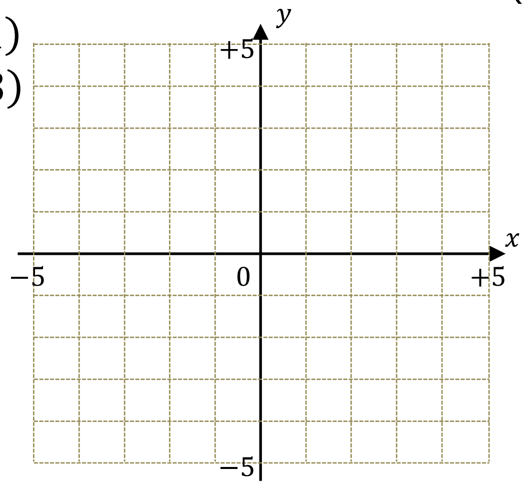
（２）
$\dot{A} = (2, 1)$
$\dot{B} = (1, 2)$
$\dot{C} = \dot{A} + \dot{B}$



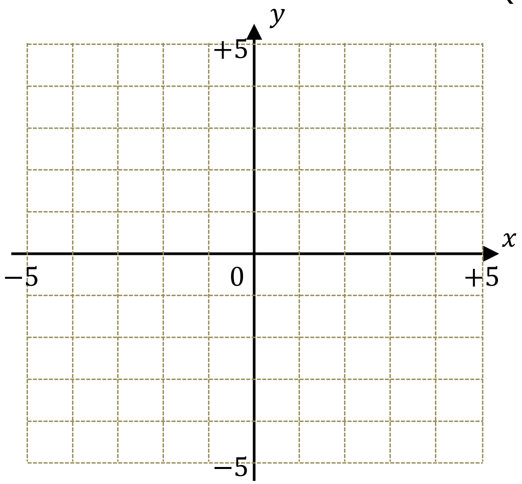
（３）
$\dot{A} = (4, 1)$
$\dot{B} = (-2, 2)$
$\dot{C} = \dot{A} + \dot{B}$



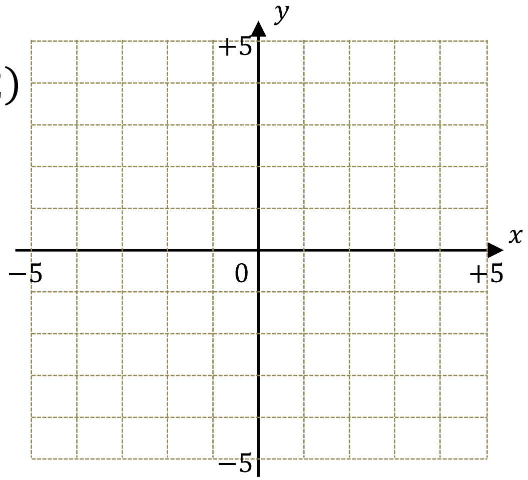
（４）
$\dot{A} = (-1, -1)$
$\dot{B} = (-2, -3)$
$\dot{C} = \dot{A} + \dot{B}$



（５）
$\dot{A} = (5, 2)$
$\dot{B} = (2, 2)$
$\dot{C} = \dot{A} - \dot{B}$



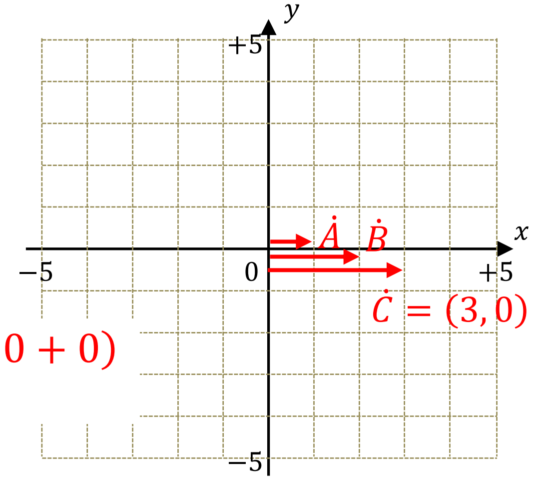
（６）
$\dot{A} = (1, 2)$
$\dot{B} = (-2, -2)$
$\dot{C} = \dot{A} - \dot{B}$



練習問題１（解答）

（１）

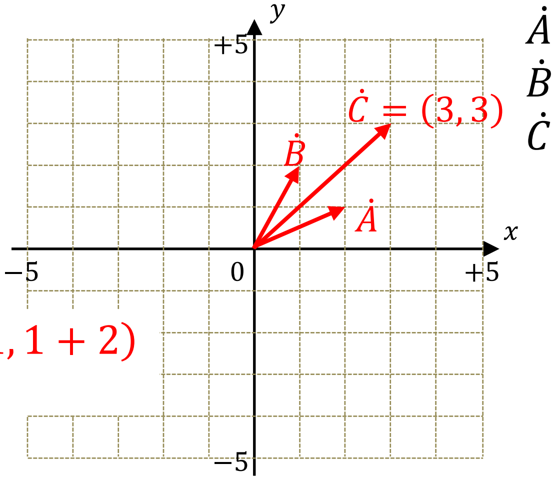
$\dot{A} = (1, 0)$
$\dot{B} = (2, 0)$
$\dot{C} = \dot{A} + \dot{B}$



$\dot{C} = (2 + 1, 0 + 0)$
$= (3, 0)$

（２）

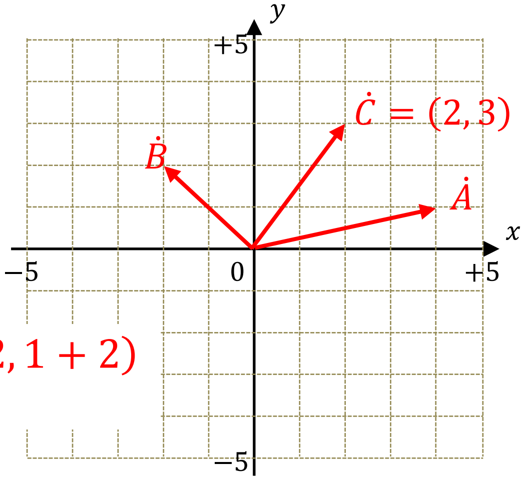
$\dot{A} = (2, 1)$
$\dot{B} = (1, 2)$
$\dot{C} = \dot{A} + \dot{B}$



$\dot{C} = (2 + 1, 1 + 2)$
$= (3, 3)$

（３）

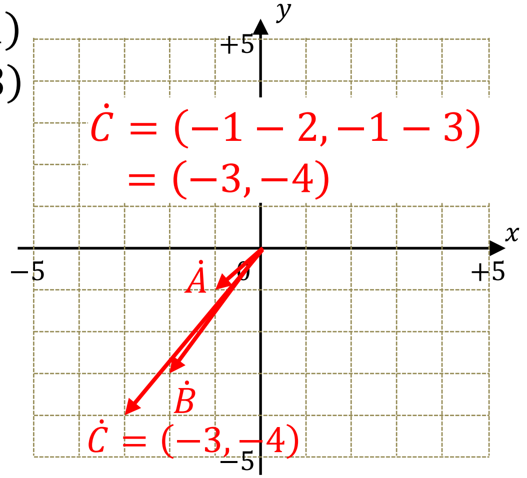
$\dot{A} = (4, 1)$
$\dot{B} = (-2, 2)$
$\dot{C} = \dot{A} + \dot{B}$



$\dot{C} = (4 - 2, 1 + 2)$
$= (2, 3)$

（４）

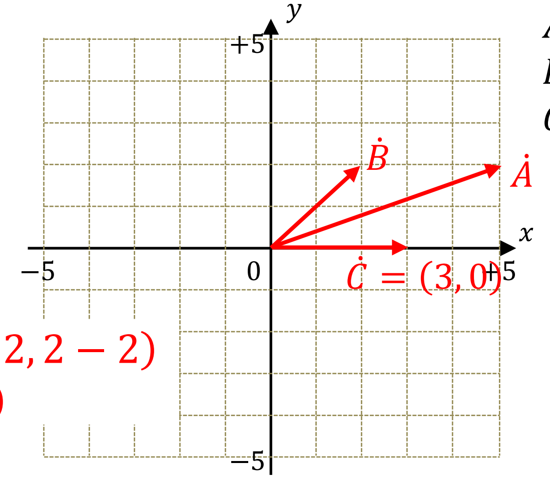
$\dot{A} = (-1, -1)$
$\dot{B} = (-2, -3)$
$\dot{C} = \dot{A} + \dot{B}$



$\dot{C} = (-1 - 2, -1 - 3)$
$= (-3, -4)$

（５）

$\dot{A} = (5, 2)$
$\dot{B} = (2, 2)$
$\dot{C} = \dot{A} - \dot{B}$

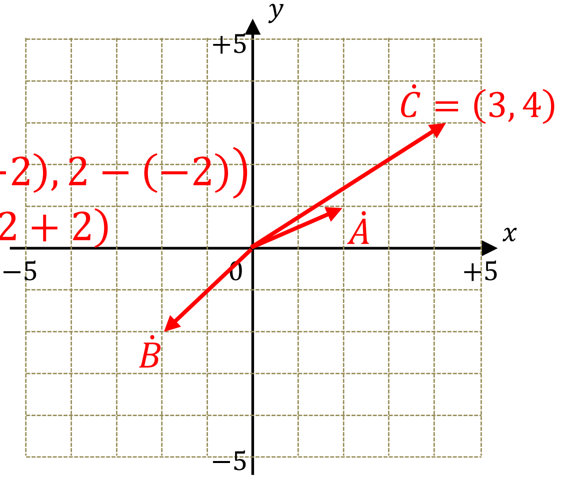


$\dot{C} = (5 - 2, 2 - 2)$
$= (3, 0)$

（６）

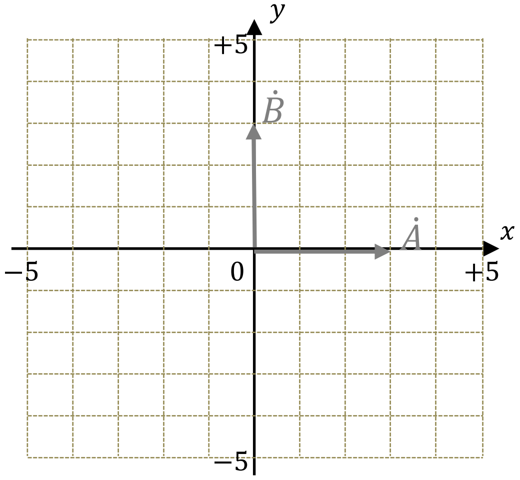
$\dot{A} = (1, 2)$
$\dot{B} = (-2, -2)$
$\dot{C} = \dot{A} - \dot{B}$

$\dot{C} = (1 - (-2), 2 - (-2))$
$= (1 + 2, 2 + 2)$
$= (3, 4)$

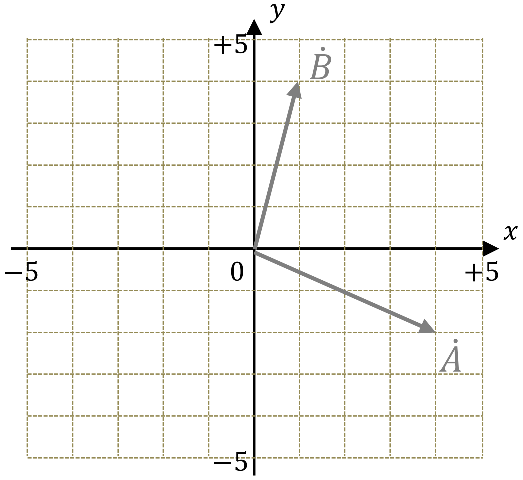


練習問題2

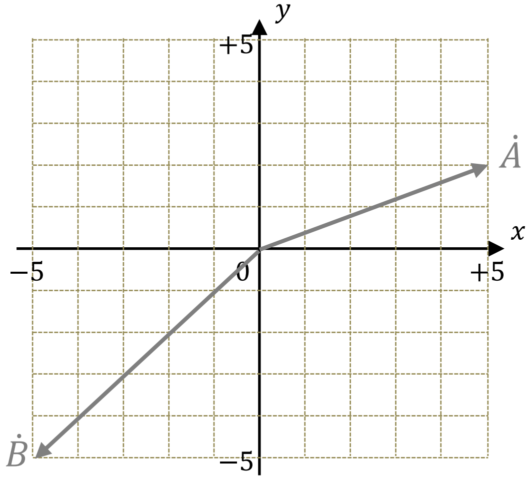
（1）
$\dot{C} = \dot{A} + \dot{B}$



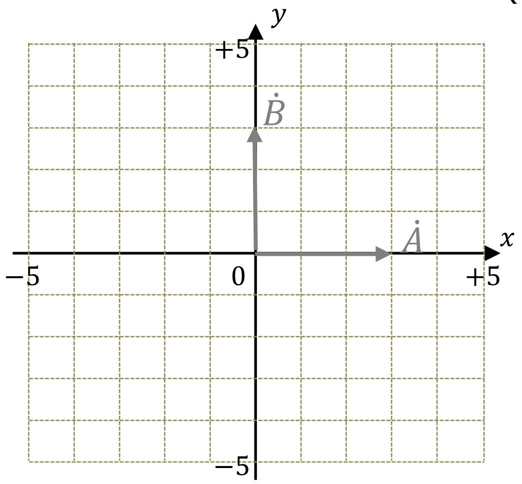
（2）
$\dot{C} = \dot{A} + \dot{B}$



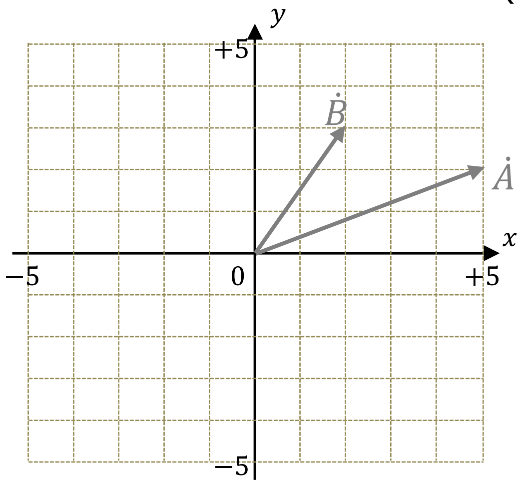
（3）
$\dot{C} = \dot{A} + \dot{B}$



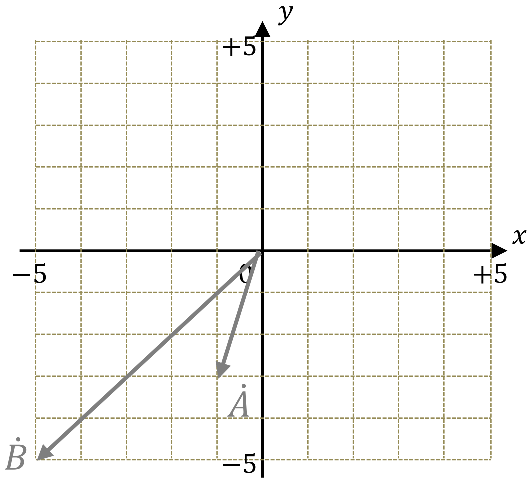
（4）
$\dot{C} = \dot{A} - \dot{B}$



（5）
$\dot{C} = \dot{A} - \dot{B}$



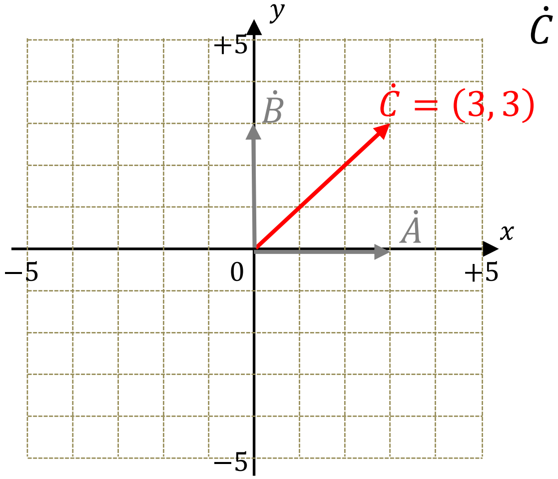
（6）
$\dot{C} = \dot{A} - \dot{B}$



練習問題2（解答）

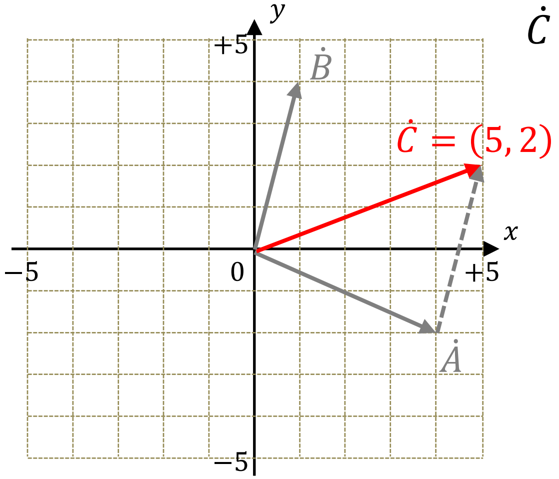
（1）

$\dot{C} = \dot{A} + \dot{B}$



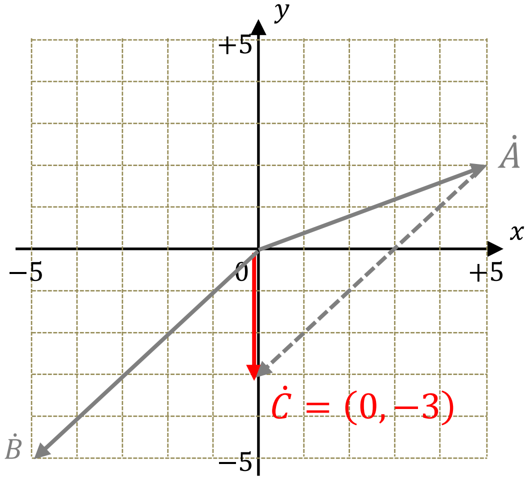
（2）

$\dot{C} = \dot{A} + \dot{B}$



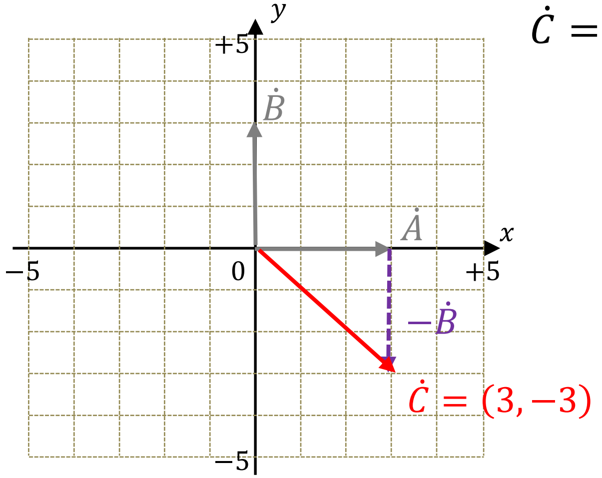
（3）

$\dot{C} = \dot{A} + \dot{B}$



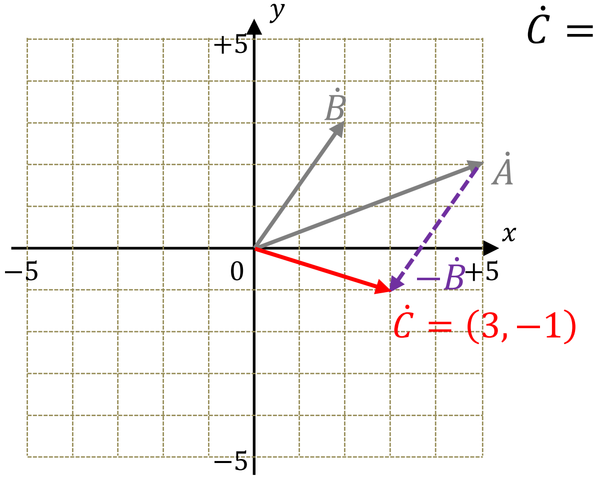
（4）

$\dot{C} = \dot{A} - \dot{B}$



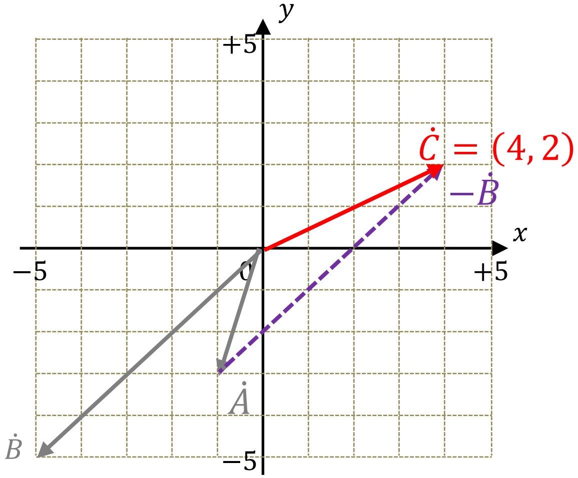
（5）

$\dot{C} = \dot{A} - \dot{B}$



（6）

$\dot{C} = \dot{A} - \dot{B}$



ベクトルの大きさ

$\dot{A}$の大きさ　$A, |A|$などと表記

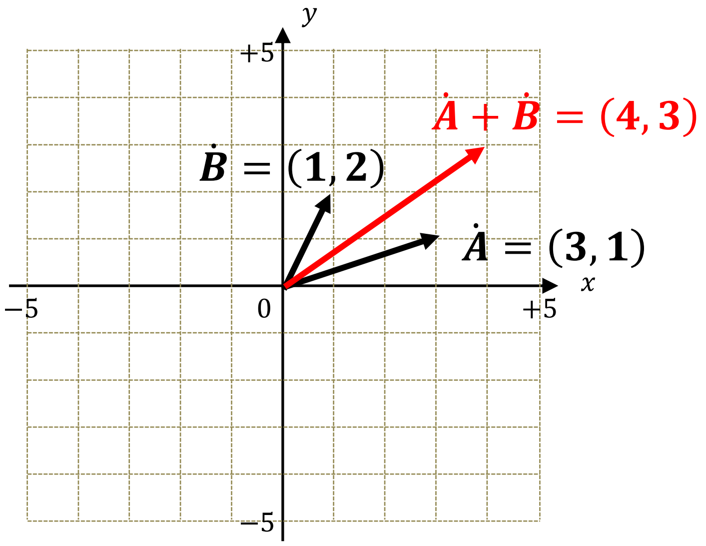
$$A = \sqrt{(x\text{方向の長さ})^2 + (y\text{方向の長さ})^2}$$

$$= \sqrt{(x\text{座標})^2 + (y\text{座標})^2}$$

$$|A| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$$

$$|B| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

$$|A + B| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$



練習問題3

図中のベクトルの大きさを求めよ。

（1） $A = (4,0)$

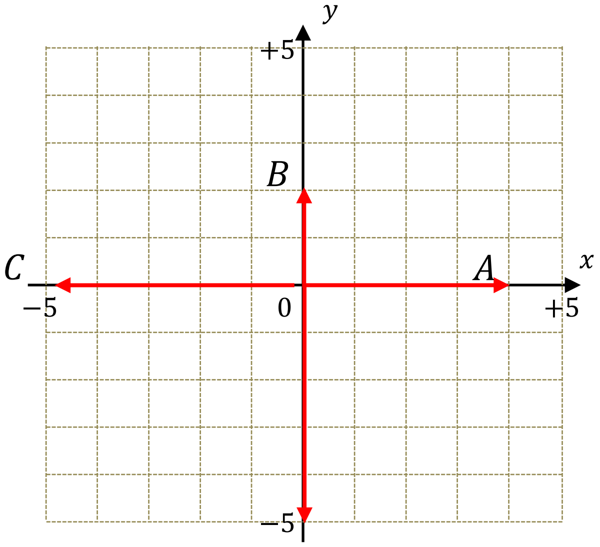
Ans.　$|A| =$ ______

（2） $B = (0,2)$

Ans.　$|B| =$ ______

（3） $C = (-5,0)$

Ans.　$|C| =$ ______



（4） $D = (2,2)$

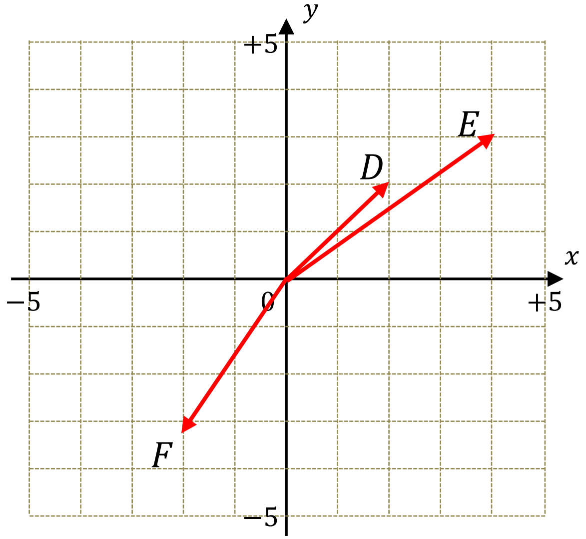
Ans.　$|D| =$ ______

（5） $E = (3,4)$

Ans.　$|E| =$ ______

（6） $F = (-2,3)$

Ans.　$|F| =$ ______



練習問題３（解答）

図中のベクトルの大きさを求めよ。

（１） $A=(4,0)$

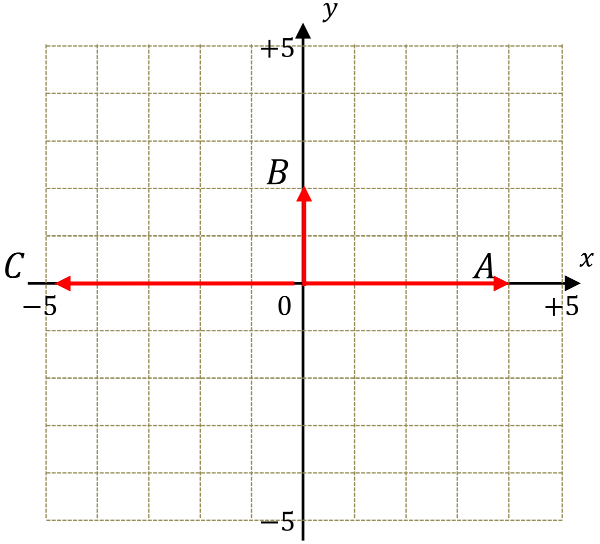
Ans.　$|A|=4$

（２） $B=(0,2)$

Ans.　$|B|=2$

（３） $C=(-5,0)$

Ans.　$|C|=5$



（４） $D=(2,2)$

$|D|=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

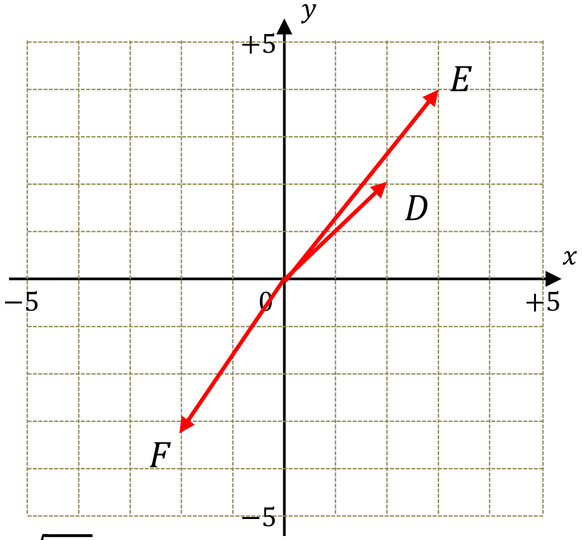
Ans.　$|D|=2\sqrt{2}$

（５） $E=(3,4)$

$|E|=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}$

$=\sqrt{25}=5$

Ans.　$|E|=5$



（６） $F=(-2,3)$

$|F|=\sqrt{(-2)^2+3^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$

Ans.　$|F|=\sqrt{13}$

練習問題4

（1）$\dot{A}$の大きさ

Ans.　$A =$

（2）$\dot{B}$の大きさ

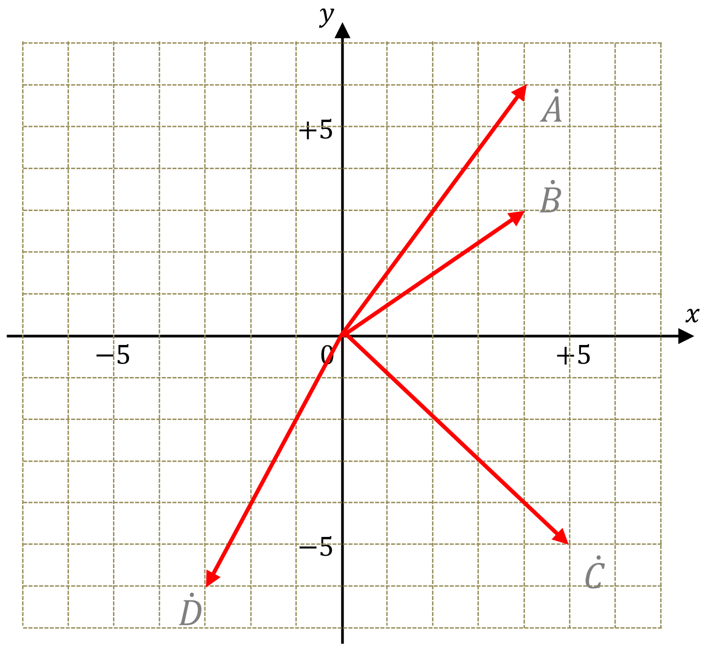
Ans.　$B =$

（3）$\dot{C}$の大きさ

Ans.　$C =$

（4）$\dot{D}$の大きさ

Ans.　$D =$



練習問題4（解答）

（1）$\dot{A}$の大きさ

$$A=\sqrt{4^2+6^2}=\sqrt{16+36}$$
$$=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$$

Ans.　$A=2\sqrt{13}$

（2）$\dot{B}$の大きさ

$$B=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{9+16}$$
$$=\sqrt{25}=5$$

Ans.　$B=5$

（3）$\dot{C}$の大きさ

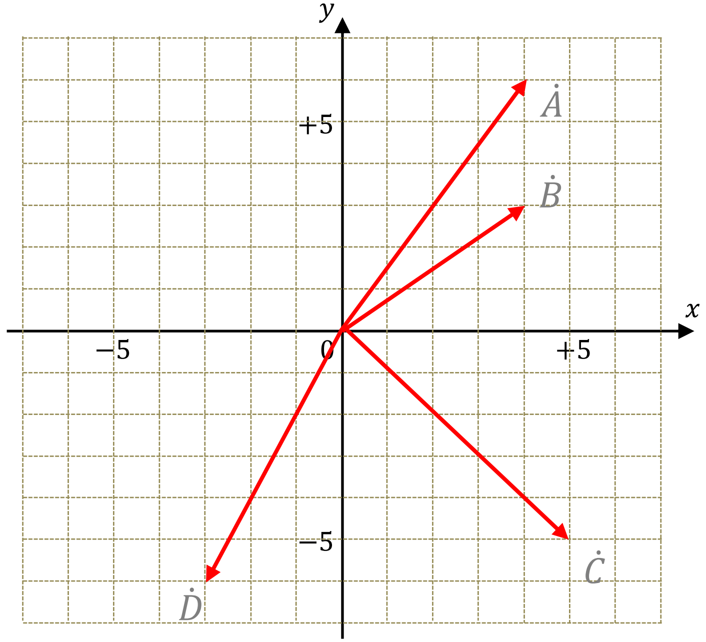
$$C=\sqrt{5^2+(-5)^2}$$
$$=\sqrt{25+25}$$
$$=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$$

Ans.　$C=5\sqrt{2}$

（4）$\dot{D}$の大きさ

$$D=\sqrt{(-3)^2+(-6)^2}=\sqrt{9+36}$$
$$=3\sqrt{5}$$

Ans.　$D=3\sqrt{5}$



ベクトルを理解するために

〇計算に必要な知識

A. xy平面の座標の読み方

B. 三平方の定理

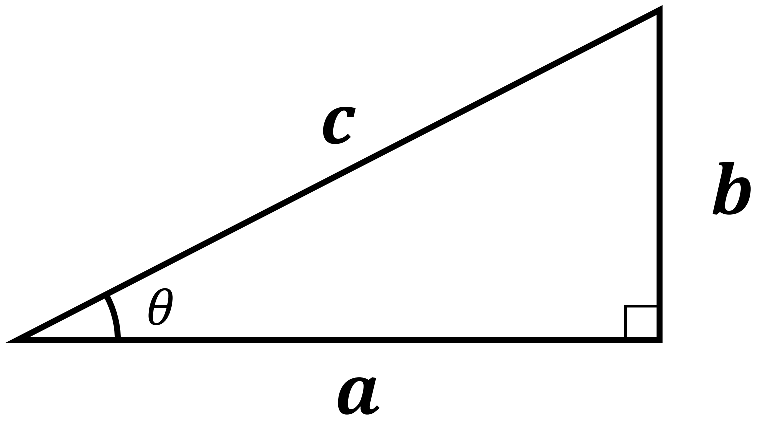
C. 三角関数（三角比）

〇ベクトルの活用法

1. 位置ベクトル
2. ベクトルの大きさ
3. ベクトルの成分分解
4. ベクトルの合成

三平方の定理と三角比

e-DEN【イーデン】 × 電験どうでしょう Let me inject Energy to you!



＜三平方の定理＞

2辺の長さをa, b, 斜辺の長さをcとする直角三角形において次式が成り立つ。

$$c=\sqrt{a^2+b^2}$$

＜三角比＞

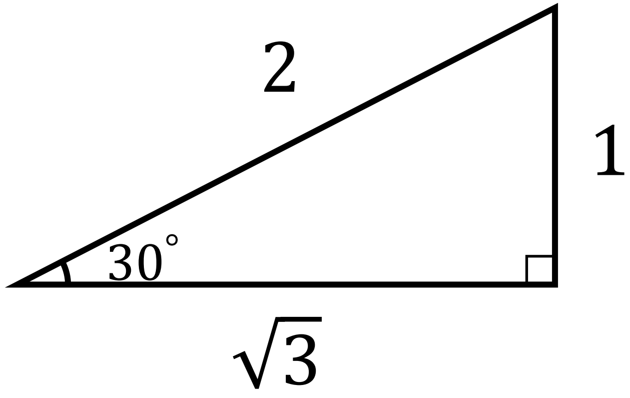
直角三角形の2辺の長さの比を表したもの

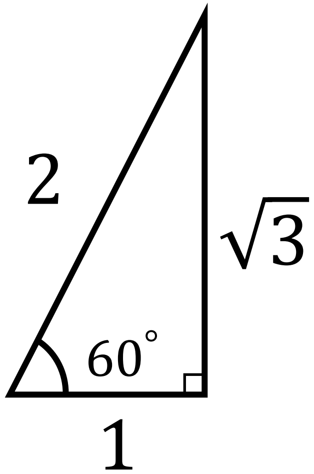
$$\sin\theta=\frac{b}{c}=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

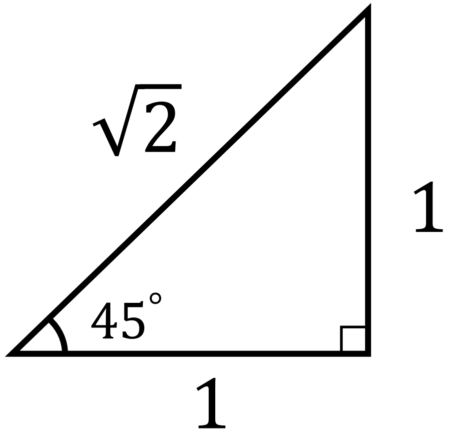
$$\cos\theta=\frac{a}{c}=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

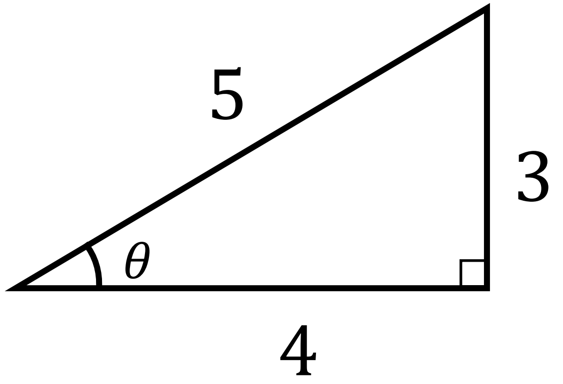
$$\tan\theta=\frac{b}{a}$$

三角形と三角比









$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

$$\sin\theta = \frac{3}{5}$$

$$\cos\theta = \frac{4}{5}$$

$$\tan\theta = \frac{3}{4}$$

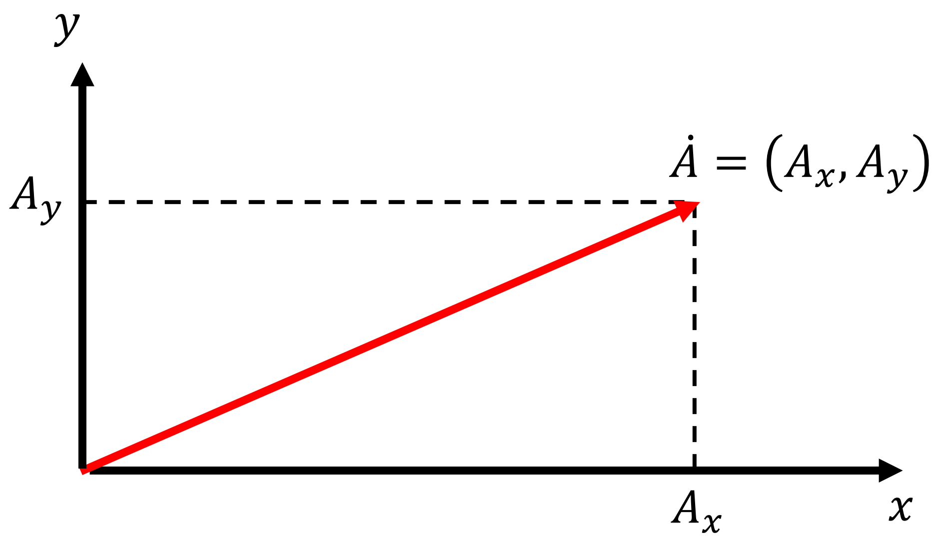
ベクトルの大きさと成分分解

$\dot{A}$の大きさ　$A, |A|$などと表記

$$A = \sqrt{(x方向の長さ)^2 + (y方向の長さ)^2}$$

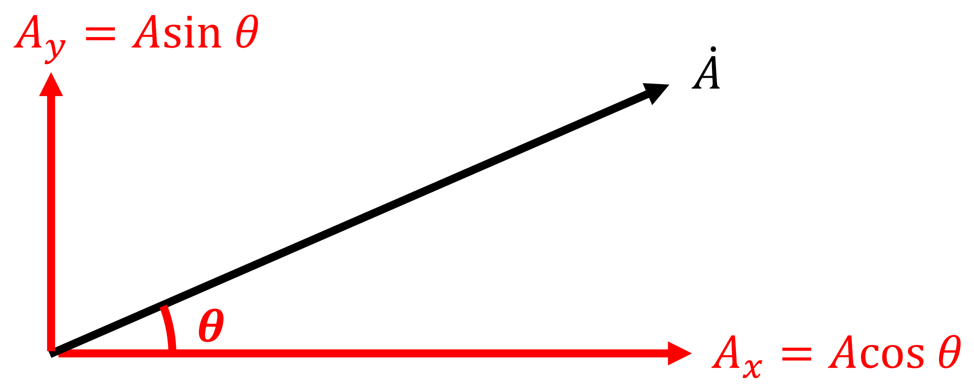
$$= \sqrt{(x座標)^2 + (y座標)^2}$$

$$= \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$



$\dot{A}$の成分分解

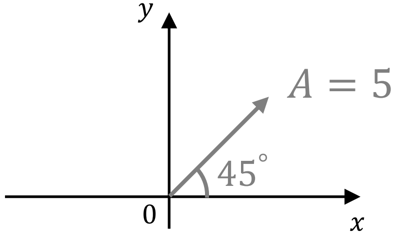
$$A_x = A\cos\theta$$
$$A_y = A\sin\theta$$



練習問題5

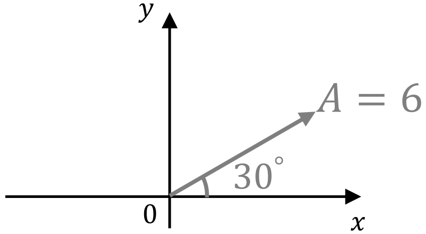
A_x, A_yを求めよ

（1）



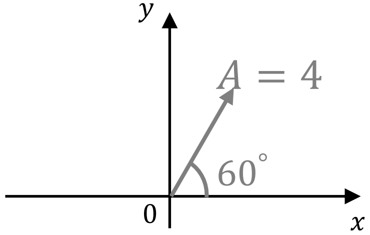
Ans. $A_x =$ 　　　　$A_y =$

（2）



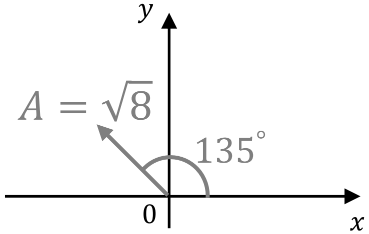
Ans. $A_x =$ 　　　　$A_y =$

（3）



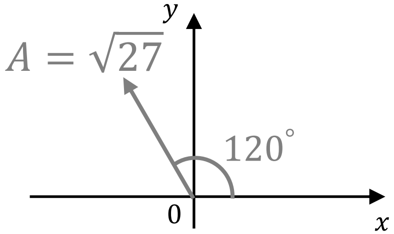
Ans. $A_x =$ 　　　　$A_y =$

（4）



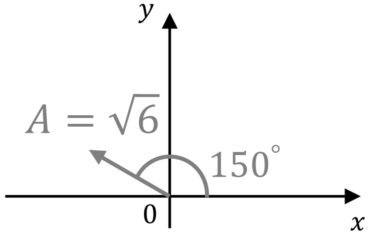
Ans. $A_x =$ 　　　　$A_y =$

（5）



Ans. $A_x =$ 　　　　$A_y =$

（6）



Ans. $A_x =$ 　　　　$A_y =$

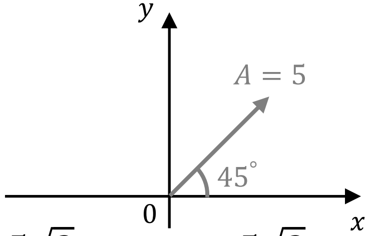
練習問題5（解答）

A_x, A_y を求めよ

（1）

$A_x = A\cos 45^\circ$
$= \dfrac{5}{\sqrt{2}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

$A_y = A\sin 45^\circ$
$= \dfrac{5}{\sqrt{2}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

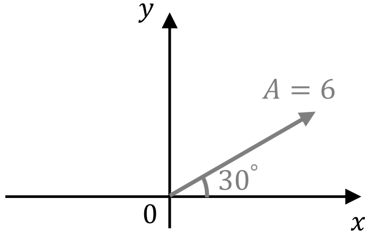


Ans. $A_x = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ $A_y = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

（2）

$A_x = A\cos 30^\circ$
$= 6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

$A_y = A\sin 30^\circ$
$= 6 \times \dfrac{1}{2} = 3$

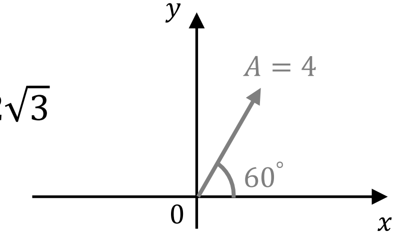


Ans. $A_x = 3\sqrt{3}$ $A_y = 3$

（3）

$A_x = A\cos 60^\circ$
$= 4 \times \dfrac{1}{2} = 2$

$A_y = A\sin 60^\circ$
$= 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

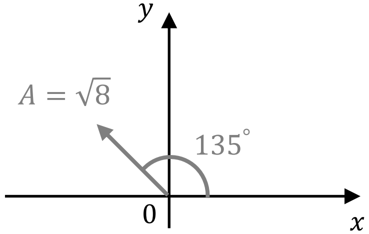


Ans. $A_x = 2$ $A_y = 2\sqrt{3}$

（4）

$A_x = A\cos 135^\circ$
$= \sqrt{8} \times \left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = -2$

$A_y = A\sin 135^\circ$
$= \sqrt{8} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}} = 2$

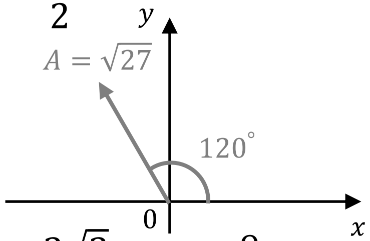


Ans. $A_x = -2$ $A_y = 2$

（5）

$A_x = A\cos 120^\circ$
$= \sqrt{27} \times \left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

$A_y = A\sin 120^\circ$
$= \sqrt{27} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{9}{2}$

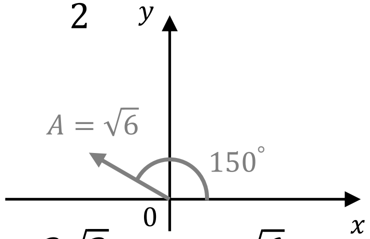


Ans. $A_x = -\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ $A_y = \dfrac{9}{2}$

（6）

$A_x = A\cos 150^\circ$
$= \sqrt{6} \times \left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

$A_y = A\sin 150^\circ$
$= \sqrt{6} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$



Ans. $A_x = -\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ $A_y = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

ベクトルを理解するために

○計算に必要な知識

A. xy平面の座標の読み方

B. 三平方の定理

C. 三角関数（三角比）

○ベクトルの活用法

1. 位置ベクトル
2. ベクトルの大きさ
3. ベクトルの成分分解
4. ベクトルの合成

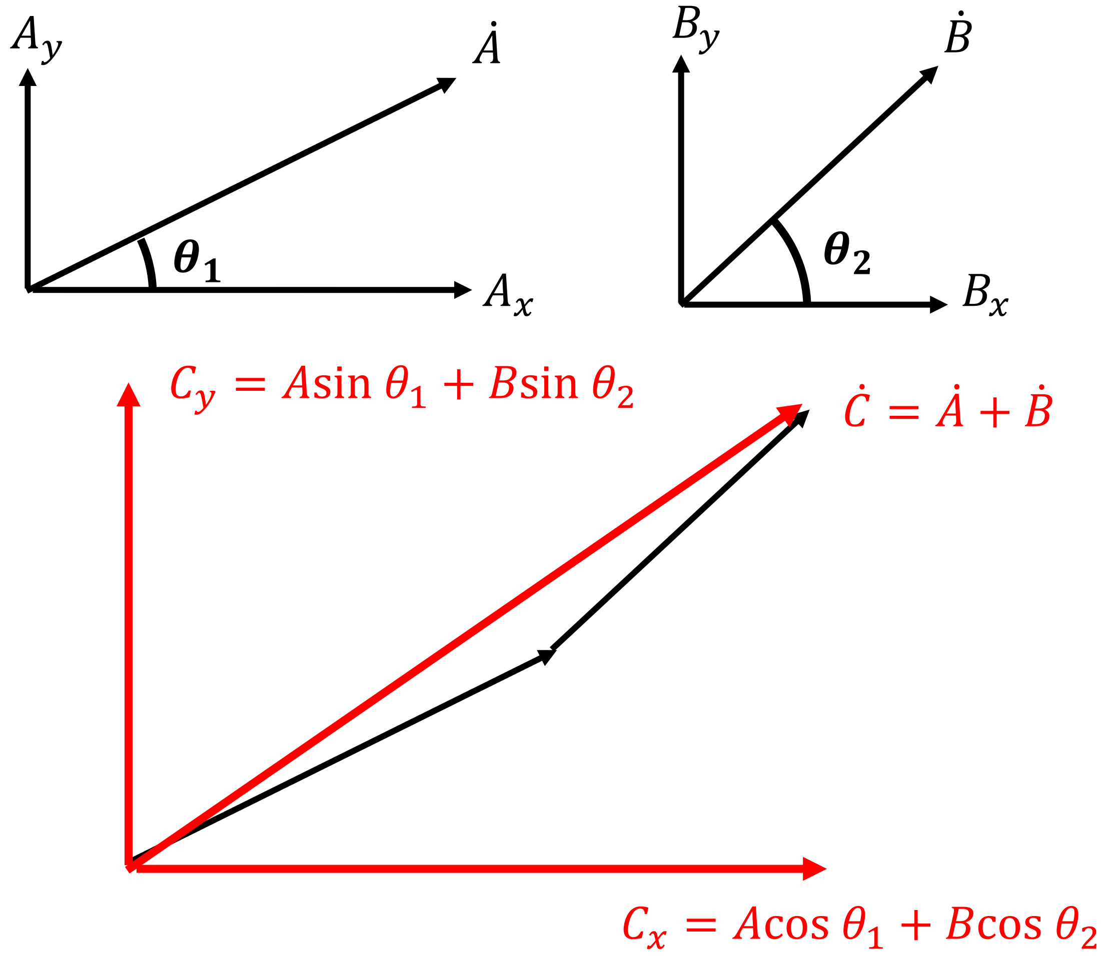
ベクトルの合成

$$A_x = A\cos\theta_1$$
$$A_y = A\sin\theta_1$$

$$B_x = B\cos\theta_2$$
$$B_y = B\sin\theta_2$$

$$C_x = A\cos\theta_1 + B\cos\theta_2$$
$$C_y = A\sin\theta_1 + B\sin\theta_2$$

$$C = A + B = \sqrt{C_x^2 + C_y^2}$$



練習問題6

$A_x + B_x$，$A_y + B_y$ を求めよ

（1）

$A_x + B_x =$

$A_y + B_y =$

（2）

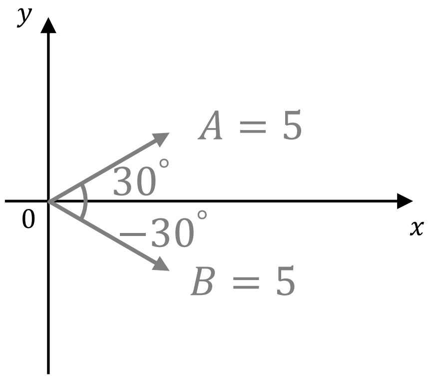
$A_x + B_x =$

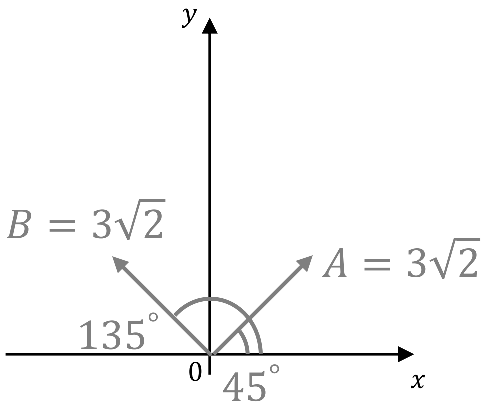
$A_y + B_y =$

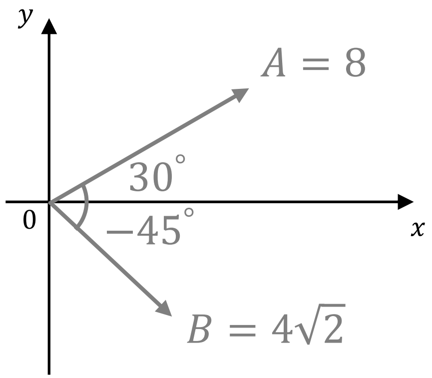
（3）

$A_x + B_x =$

$A_y + B_y =$







Ans. $A_x + B_x =$
$A_y + B_y =$

Ans. $A_x + B_x =$
$A_y + B_y =$

Ans. $A_x + B_x =$
$A_y + B_y =$

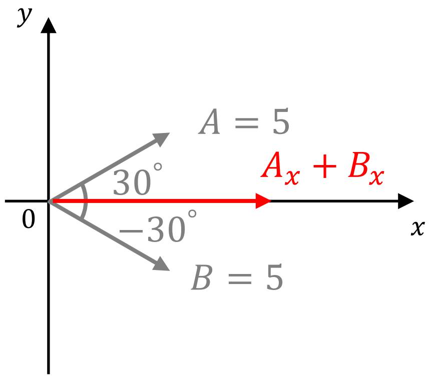
練習問題6（解答）

$A_x + B_x$，$A_y + B_y$ を求めよ

（1）

$$A_x + B_x = A\cos 30^\circ + B\cos(-30^\circ)$$
$$= 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

$$A_y + B_y = A\sin 30^\circ + B\sin(-30^\circ)$$
$$= 5 \times \frac{1}{2} + 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

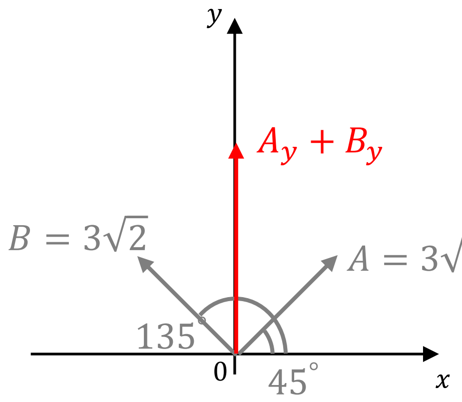


Ans. $A_x + B_x = 5\sqrt{3}$, $A_y + B_y = 0$

（2）

$$A_x + B_x = A\cos 45^\circ + B\cos 135^\circ$$
$$= 3\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$
$$= 0$$

$$A_y + B_y = A\sin 45^\circ + B\sin 135^\circ$$
$$= 3\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 6$$

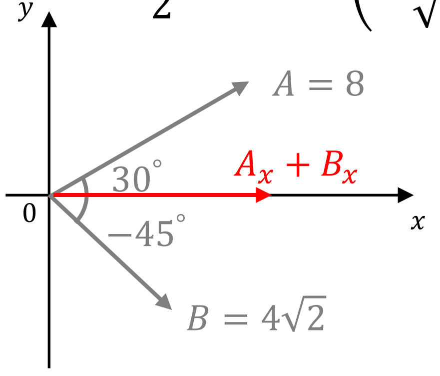


Ans. $A_x + B_x = 0$, $A_y + B_y = 6$

（3）

$$A_x + B_x = A\cos 30^\circ + B\cos(-45^\circ)$$
$$= 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 4\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{3}$$
$$= 4\sqrt{3} + 4$$

$$A_y + B_y = A\sin 30^\circ + B\sin(-45^\circ)$$
$$= 8 \times \frac{1}{2} + 4\sqrt{2} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$$



Ans. $A_x + B_x = 4\sqrt{3} + 4$, $A_y + B_y = 0$

練習問題7

$A+B$を求めよ

（1）

$A_x + B_x =$

$A_y + B_y =$

$A + B =$

（2）

$A_x + B_x =$

$B_y =$

$A_y + B_y =$

$A + B =$

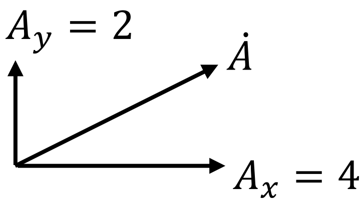
（3）

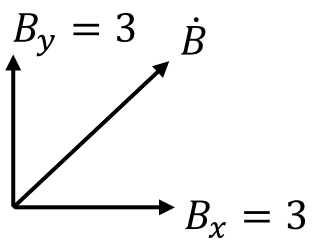
$B_x =$

$A_x + B_x =$

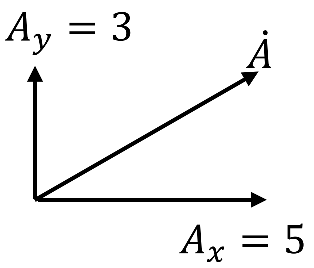
$A_y + B_y =$

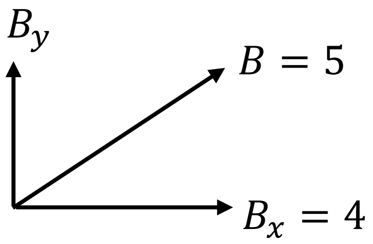
$A + B =$



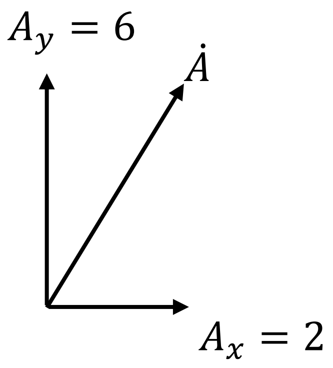


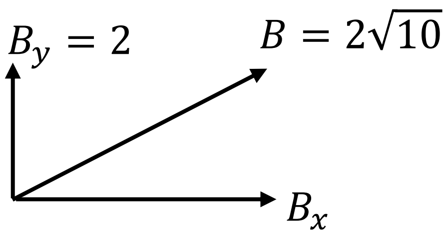
Ans. $A+B=$





Ans. $A+B=$





Ans. $A+B=$

練習問題7（解答）

$A+B$ を求めよ

（1）

$A_x + B_x = 4 + 3 = 7$

$A_y + B_y = 2 + 3 = 5$

$A + B = \sqrt{7^2 + 5^2}$
$= \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74}$

（2）

$A_x + B_x = 5 + 4 = 9$

$B_y = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16}$
$= \sqrt{9} = 3$

$A_y + B_y = 3 + 3 = 6$

$A + B = \sqrt{9^2 + 6^2}$
$= \sqrt{81 + 36} = \sqrt{117}$
$= \sqrt{9 \times 13} = 3\sqrt{13}$

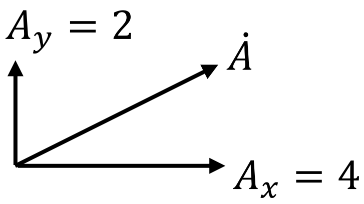
（3）

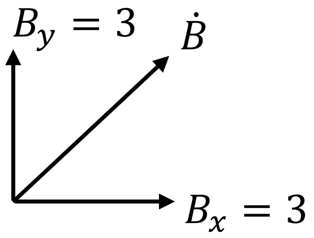
$B_x = \sqrt{\left(2\sqrt{10}\right)^2 - 2^2} = \sqrt{40 - 4}$
$= \sqrt{36} = 6$

$A_x + B_x = 2 + 6 = 8$

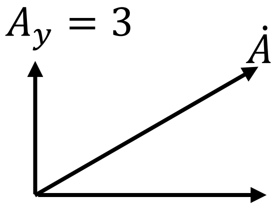
$A_y + B_y = 6 + 2 = 8$

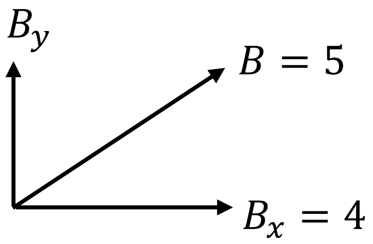
$A + B = \sqrt{8^2 + 8^2}$
$= \sqrt{8^2 \times 2} = 8\sqrt{2}$



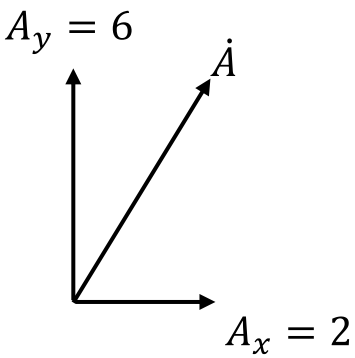


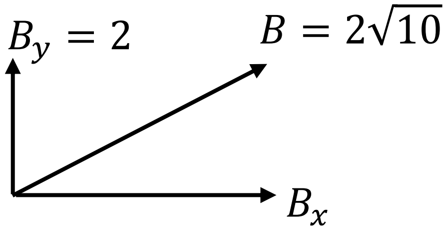
Ans. $A + B = \sqrt{74}$





Ans. $A + B = 3\sqrt{13}$





Ans. $A + B = 8\sqrt{2}$

ご聴講ありがとうございました!!