電験三種　オンライン講座

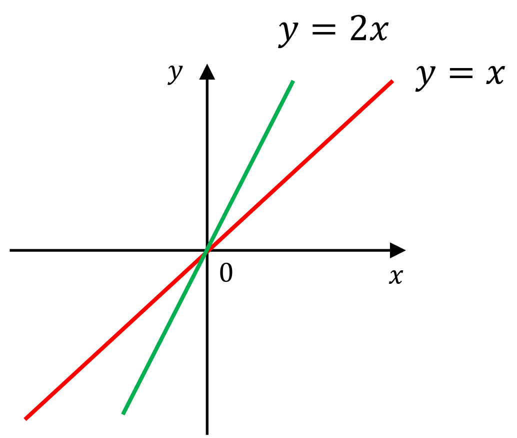
電気数学　第12回
一次関数と二次関数

2024.06.30 Sun

比例と反比例

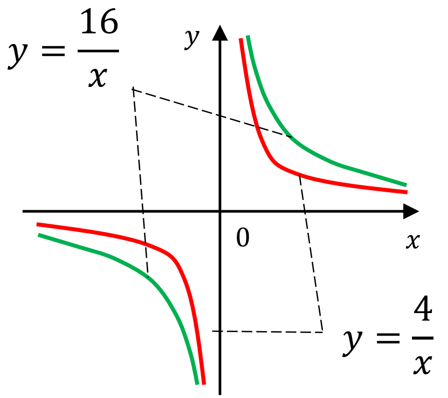
〇比例と反比例

比例：変数x, yにおいて$y = ax$（aは定数）の関係を満たすとき、
yはxに比例しているという。
このとき、xが2倍、3倍となると、yも2倍、3倍となる。
また、$y = ax$のグラフはxy平面上で原点を通る直線となる。



比例 $\mathrm{y} = ax$ のグラフ

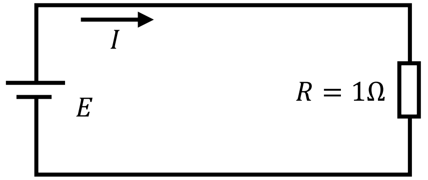
反比例：変数x, yにおいて$y = \frac{a}{x}$（aは定数）の関係を満たすとき、
yはxに反比例しているという。
このとき、xが2倍、3倍となると、yは$\frac{1}{2}$倍、$\frac{1}{3}$倍となる。
また、$y = \frac{a}{x}$のグラフはxy平面上で双曲線を描く。



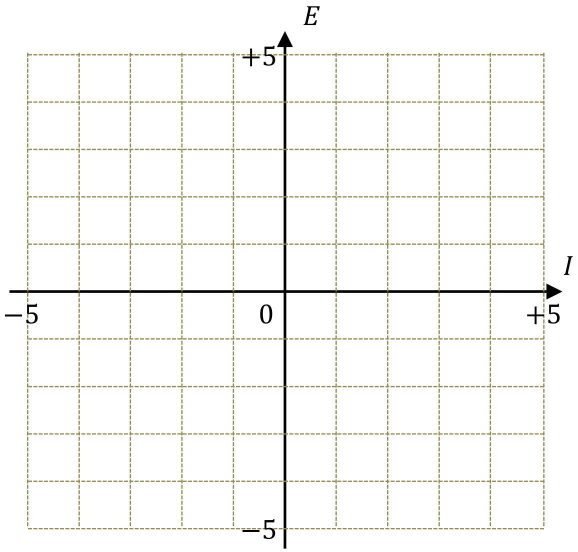
反比例 $\mathrm{y} = \frac{a}{x}$ のグラフ

練習問題Ⅰ

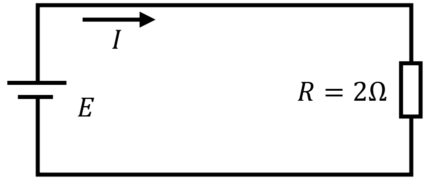
（１）



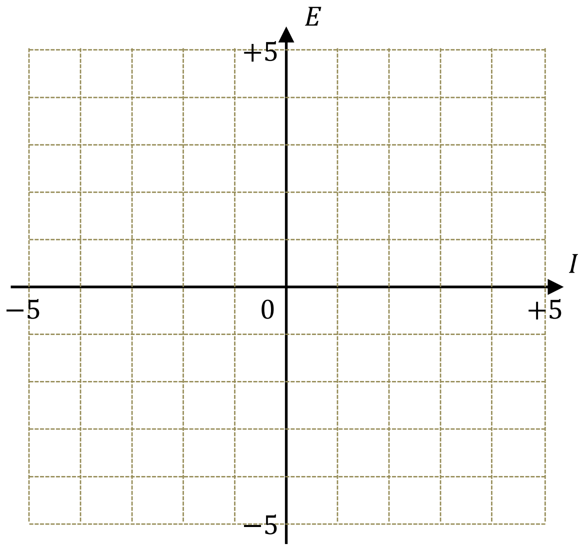
I	0	1	2	3	4	5
E						



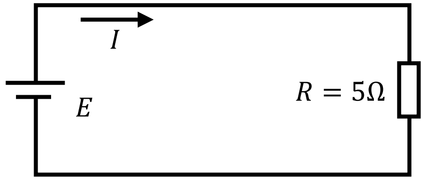
（２）



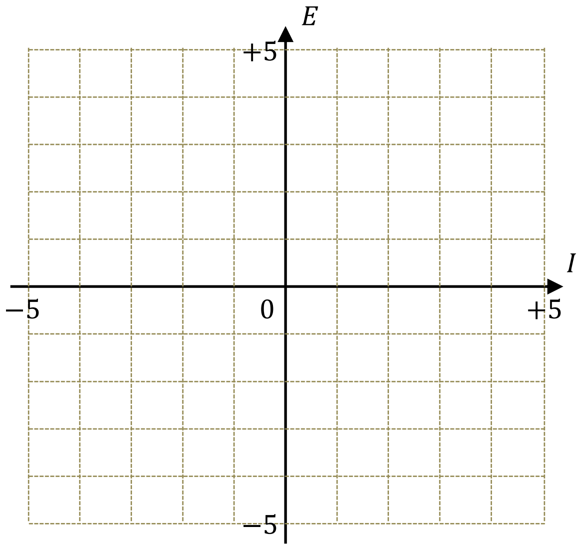
I	0	1	2	3	4	5
E						



（３）

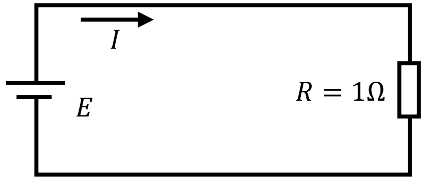


I	0	1	2	3	4	5
E						

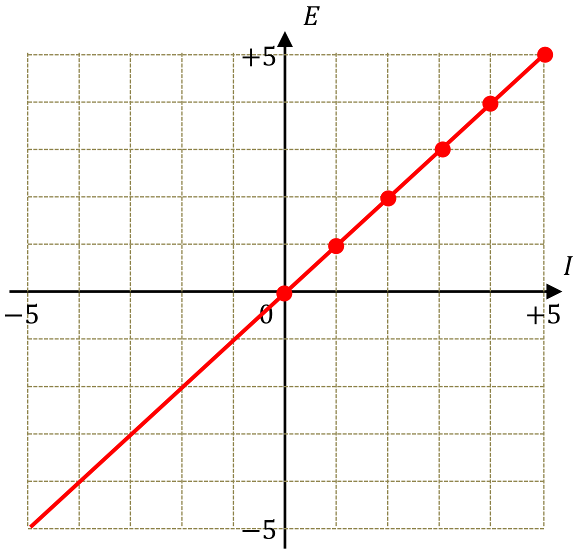


練習問題Ⅰ（解答）

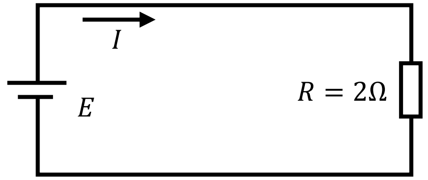
（1）



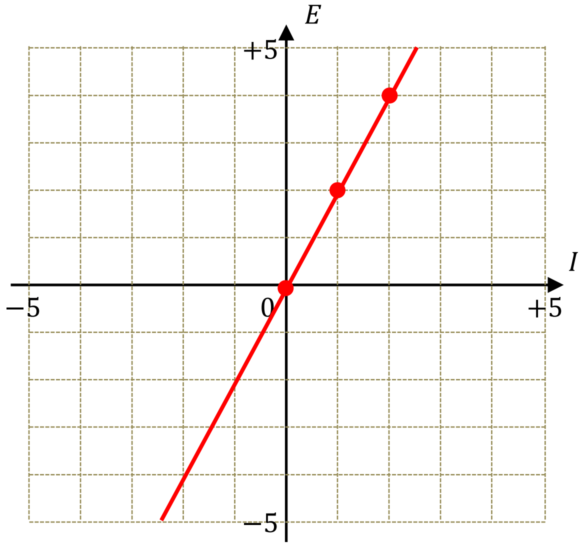
I	0	1	2	3	4	5
E	0	1	2	3	4	5



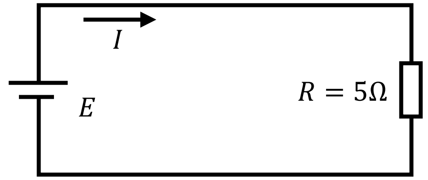
（2）



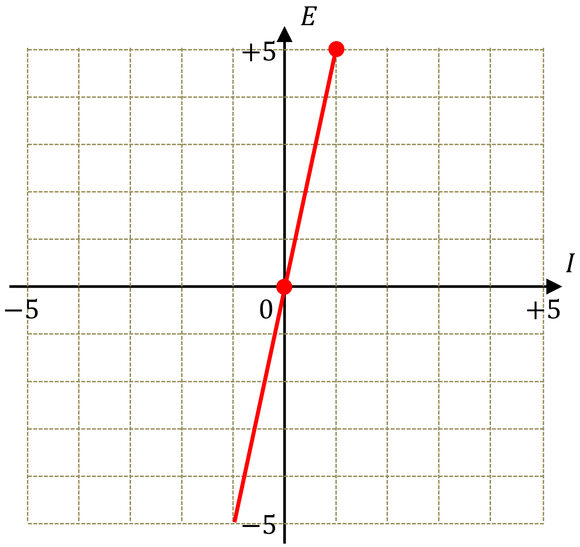
I	0	1	2	3	4	5
E	0	2	4	6	8	10



（3）

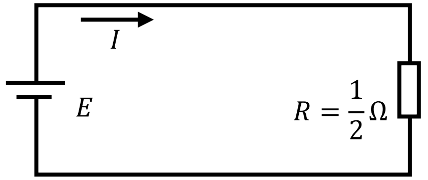


I	0	1	2	3	4	5
E	0	5	10	15	20	25

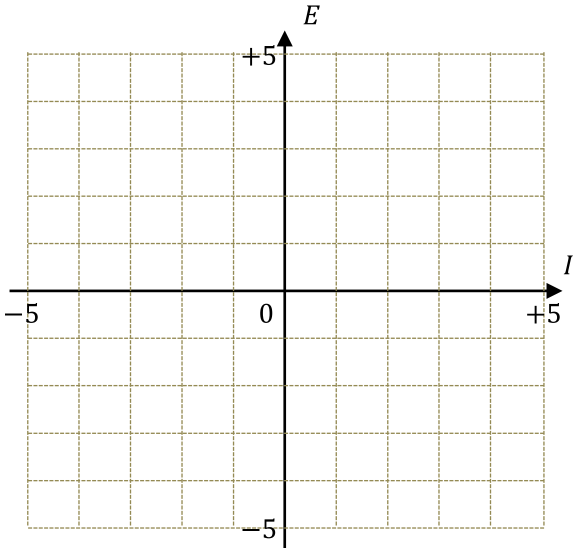


練習問題2

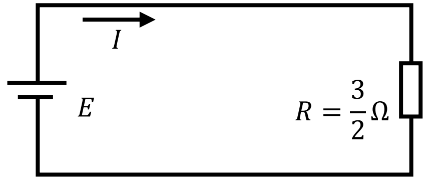
（1）



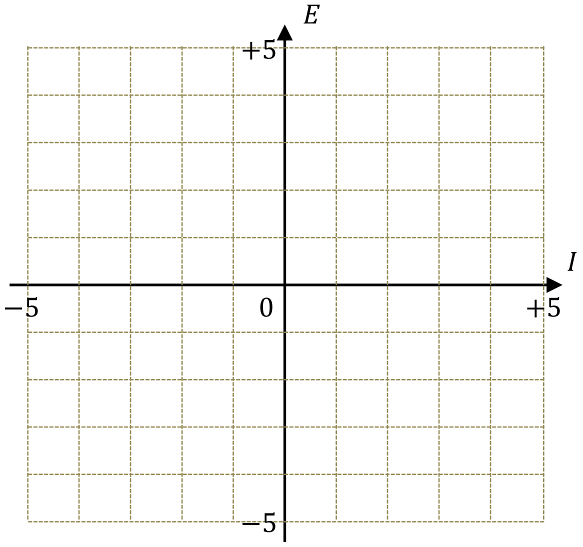
I	0	1	2	3	4	5
E						



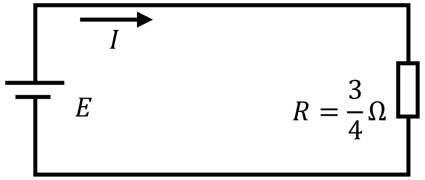
（2）



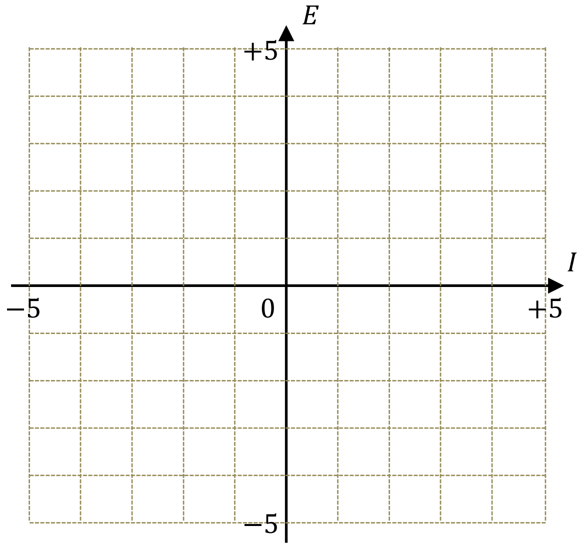
I	0	1	2	3	4	5
E						



（3）

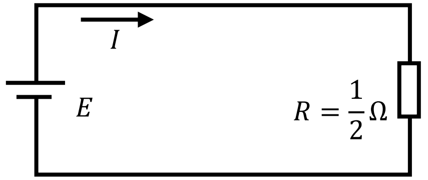


I	0	1	2	3	4	5
E						

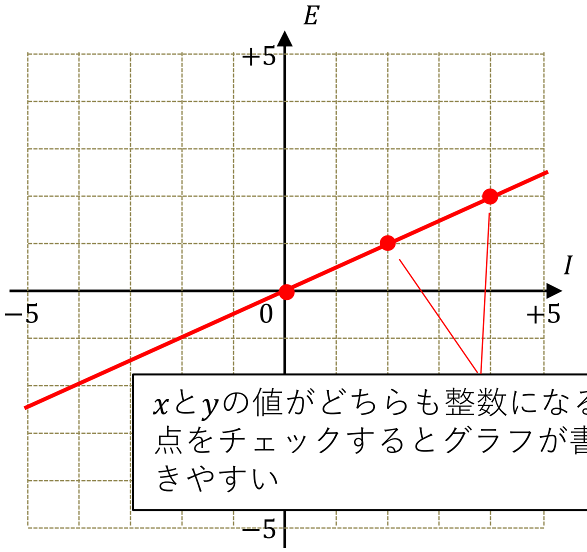


練習問題2（解答）

（1）

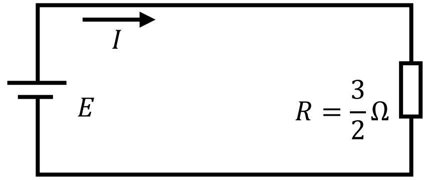


I	0	1	2	3	4	5
E	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$

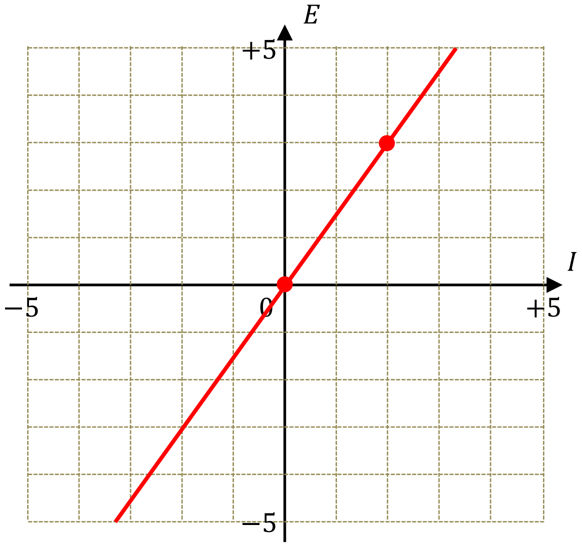


xとyの値がどちらも整数になる点をチェックするとグラフが書きやすい

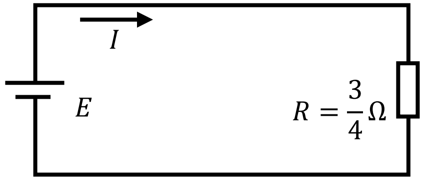
（2）



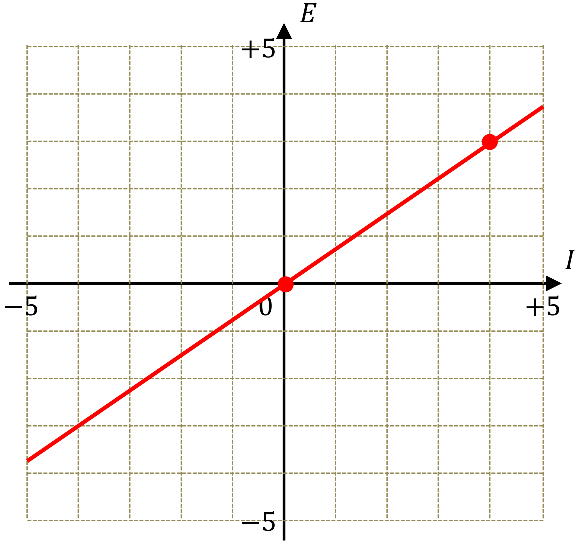
I	0	1	2	3	4	5
E	0	$\frac{3}{2}$	3	$\frac{9}{2}$	6	$\frac{15}{2}$



（3）

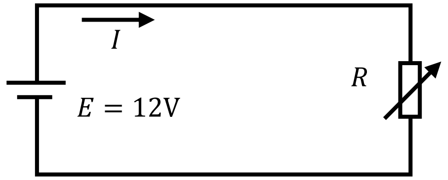


I	0	1	2	3	4	5
E	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	3	$\frac{15}{4}$

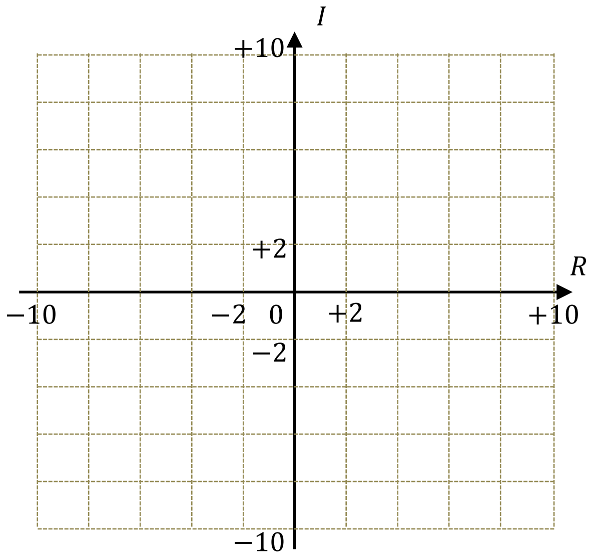


練習問題3

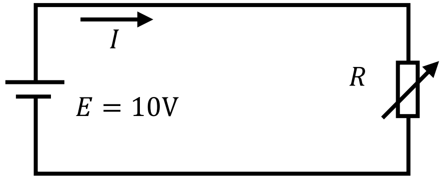
（1）



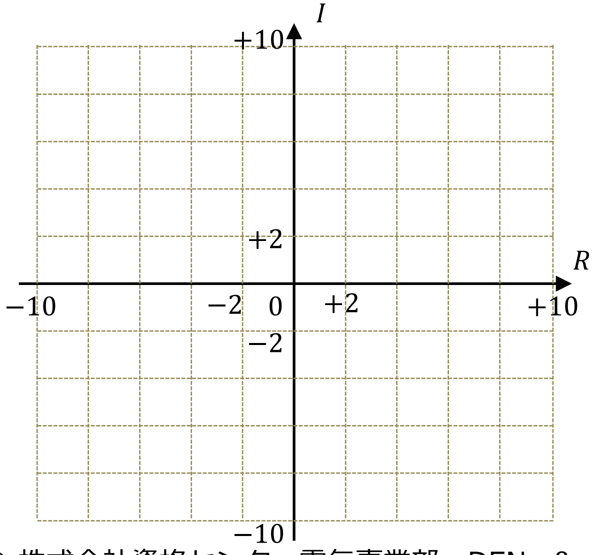
R	1	2	3	4	6	12
I						



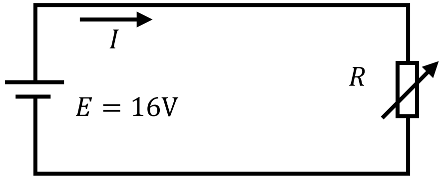
（2）



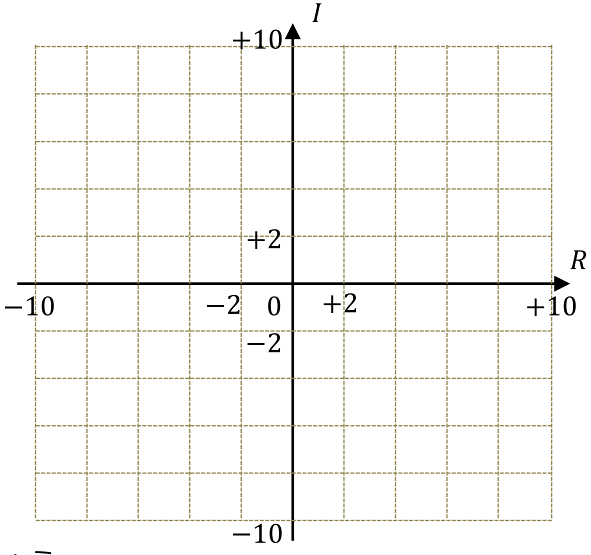
R	1	2	4	5	10
I					



（3）

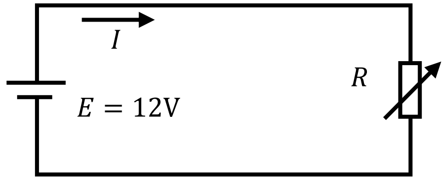


R	1	2	4	8	16
I					

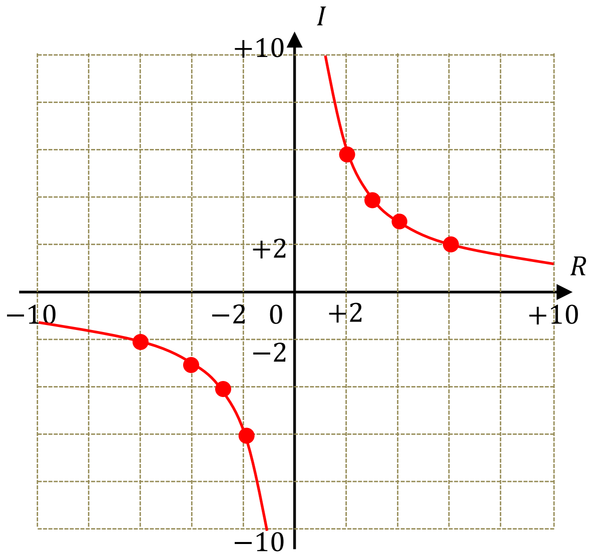


練習問題3（解答）

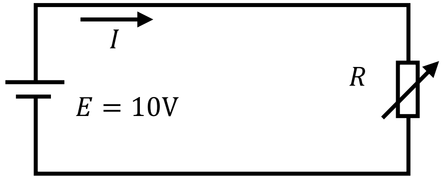
（1）



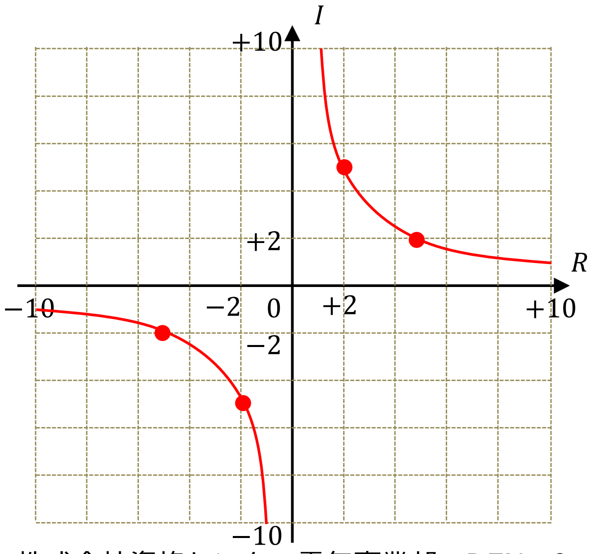
R	1	2	3	4	6	12
I	12	6	4	3	2	1



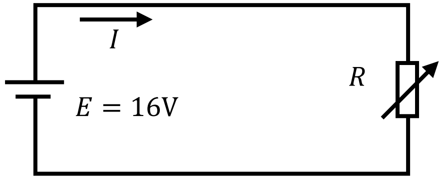
（2）



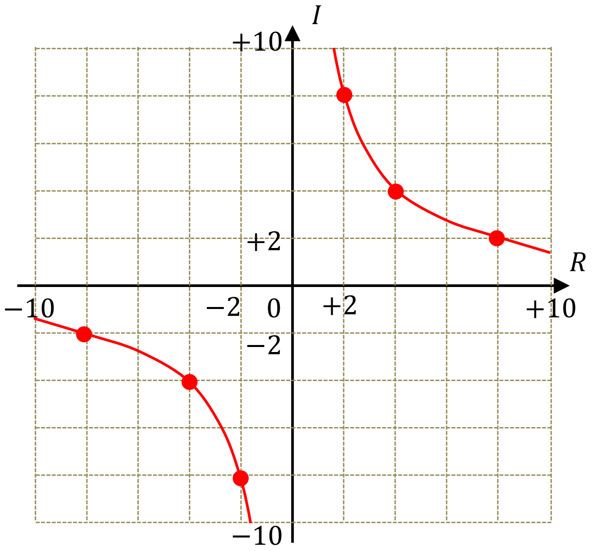
R	1	2	4	5	10
I	10	5	2.5	2	1



（3）



R	1	2	4	8	16
I	16	8	4	2	1

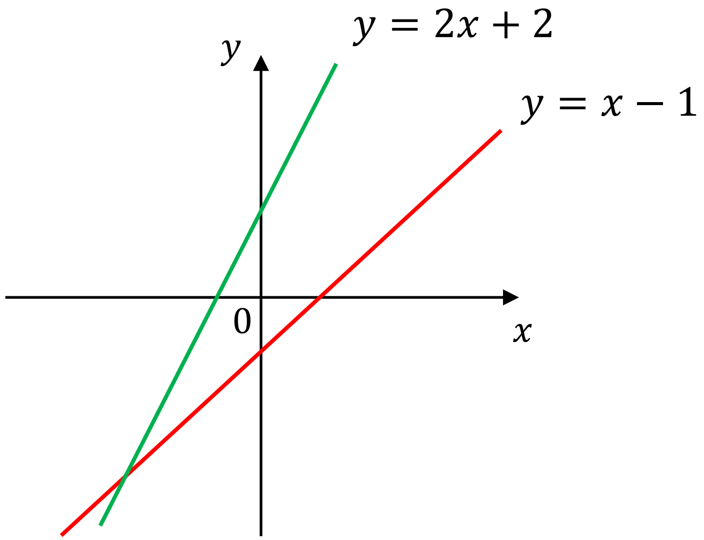


一次関数

〇一次関数

一次関数とは、$y = ax + b$(a, bは定数)で表すことができる直線である。

ここで定数aは傾き、定数bは切片といい、比例のグラフは原点を通るのに対し、
一次関数はy軸上の切片のb点を必ず通る。



一次関数 $y = ax + b$ のグラフ

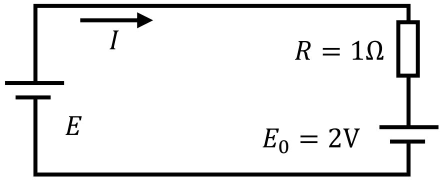
$y = ax + b$

切片b：y軸との交点

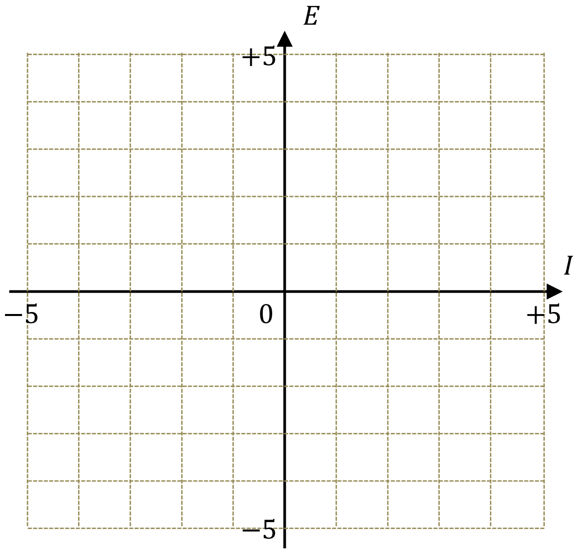
傾きa　：直線の変化量（変化の割合）

練習問題4

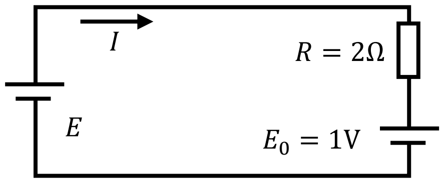
（1）



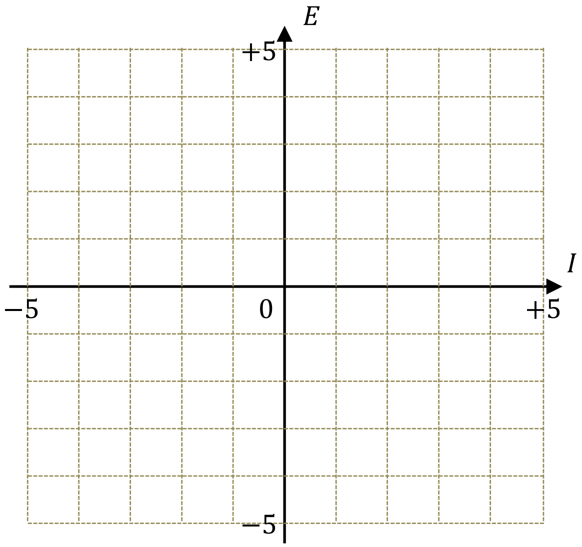
I	0	1	2	3	4	5
E						



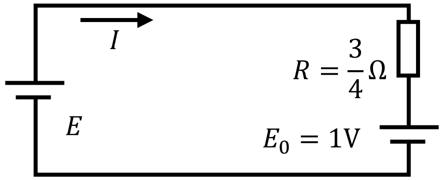
（2）



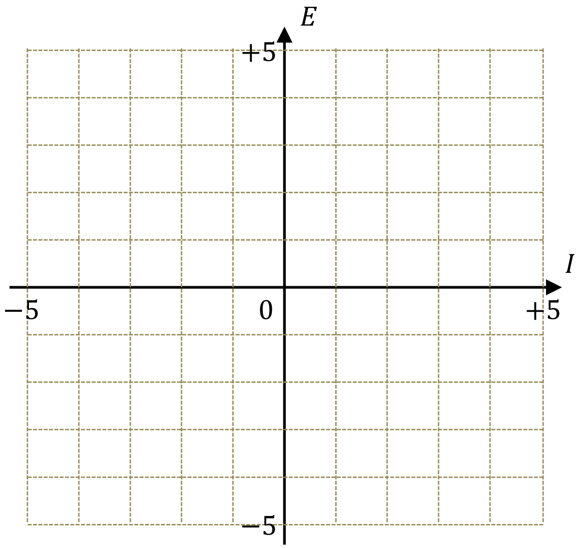
I	0	1	2	3	4	5
E						



（3）

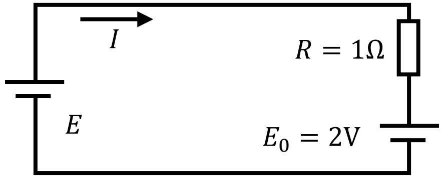


I	0	1	2	3	4	5
E						

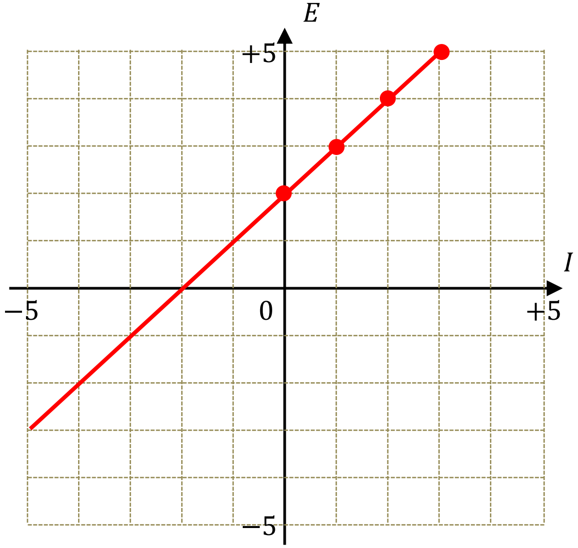


練習問題4（解答）

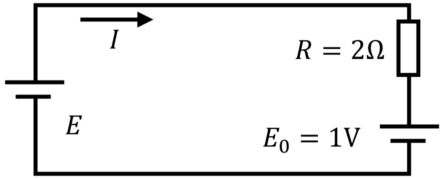
（1）



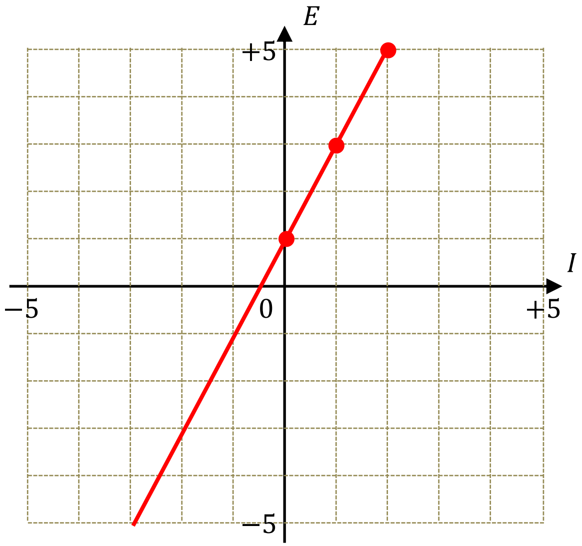
I	0	1	2	3	4	5
E	2	3	4	5	6	7



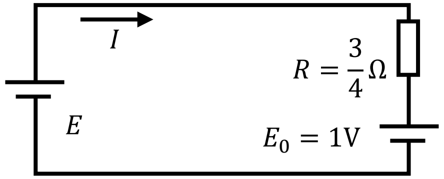
（2）



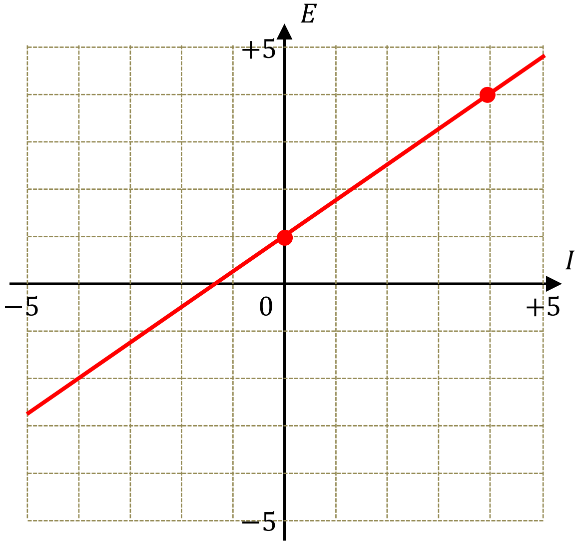
I	0	1	2	3	4	5
E	1	3	5	7	9	11



（3）

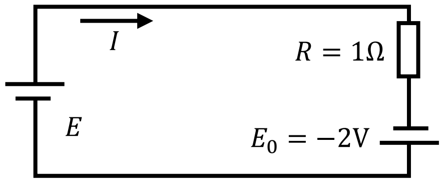


I	0	1	2	3	4	5
E	1	$\frac{7}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{13}{4}$	4	$\frac{19}{4}$

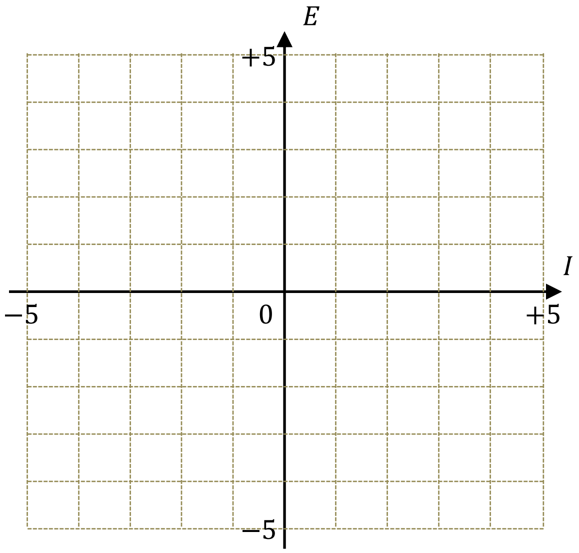


練習問題5

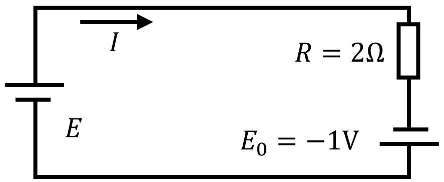
（1）



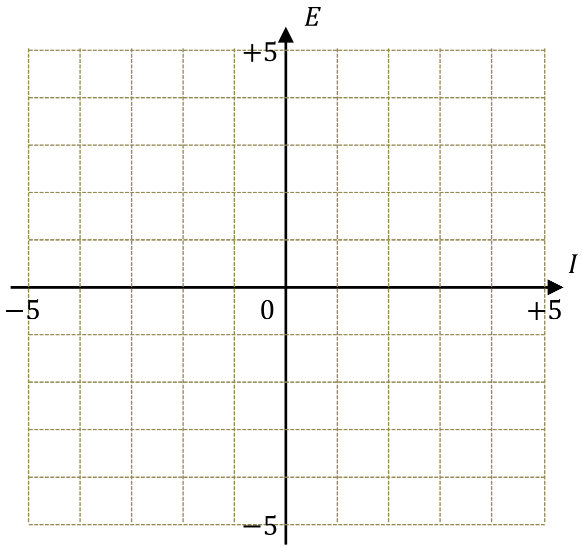
I	0	1	2	3	4	5
E						



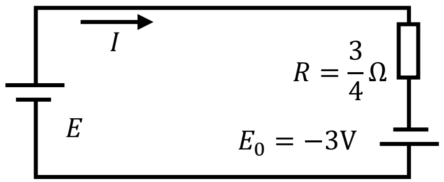
（2）



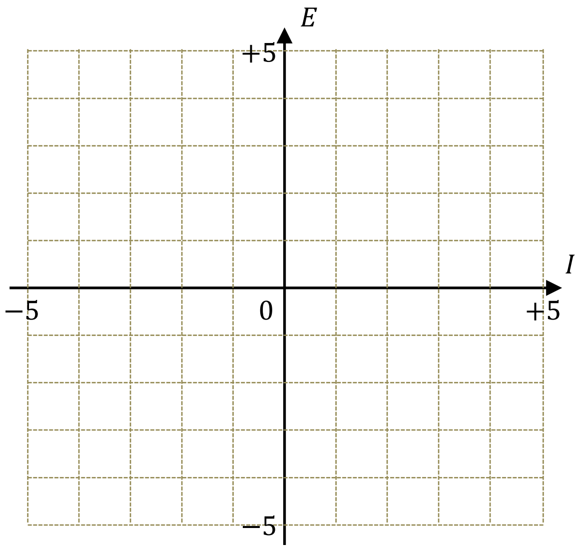
I	0	1	2	3	4	5
E						



（3）

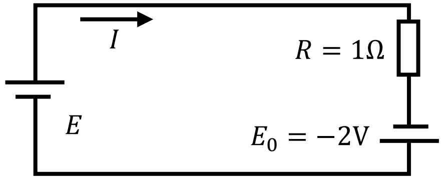


I	0	1	2	3	4	5
E						

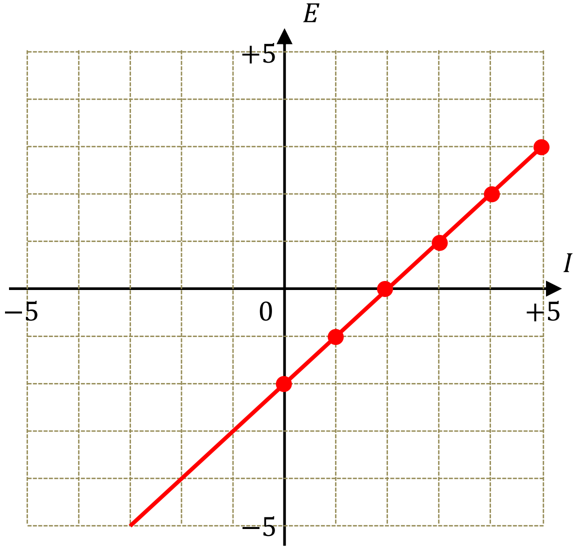


練習問題5（解答）

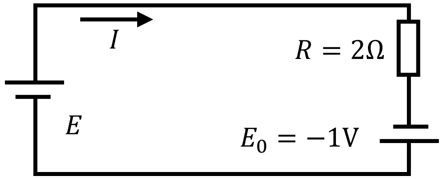
（1）



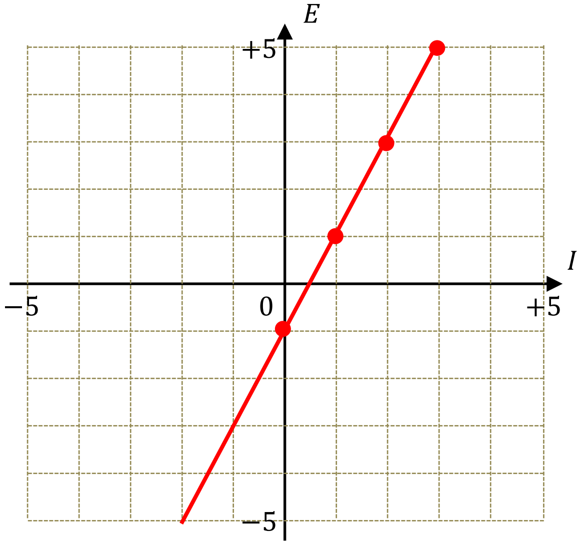
I	0	1	2	3	4	5
E	-2	-1	0	1	2	3



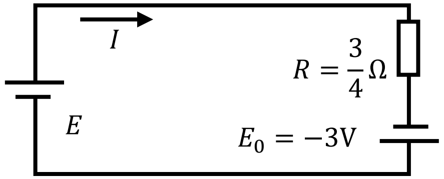
（2）



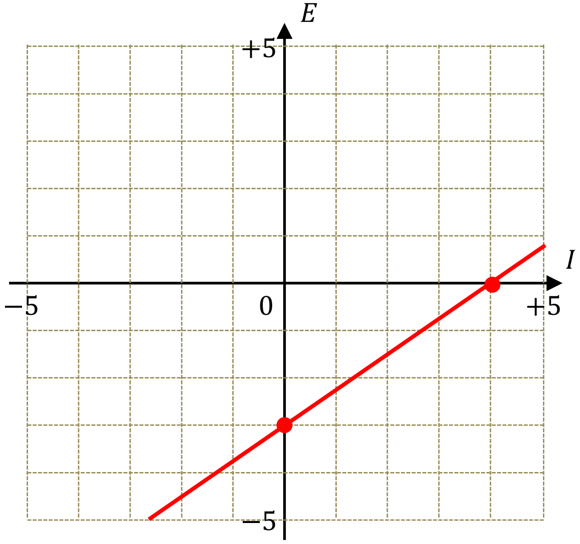
I	0	1	2	3	4	5
E	-1	1	3	5	7	9



（3）



I	0	1	2	3	4	5
E	-3	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{4}$	0	$\frac{3}{4}$

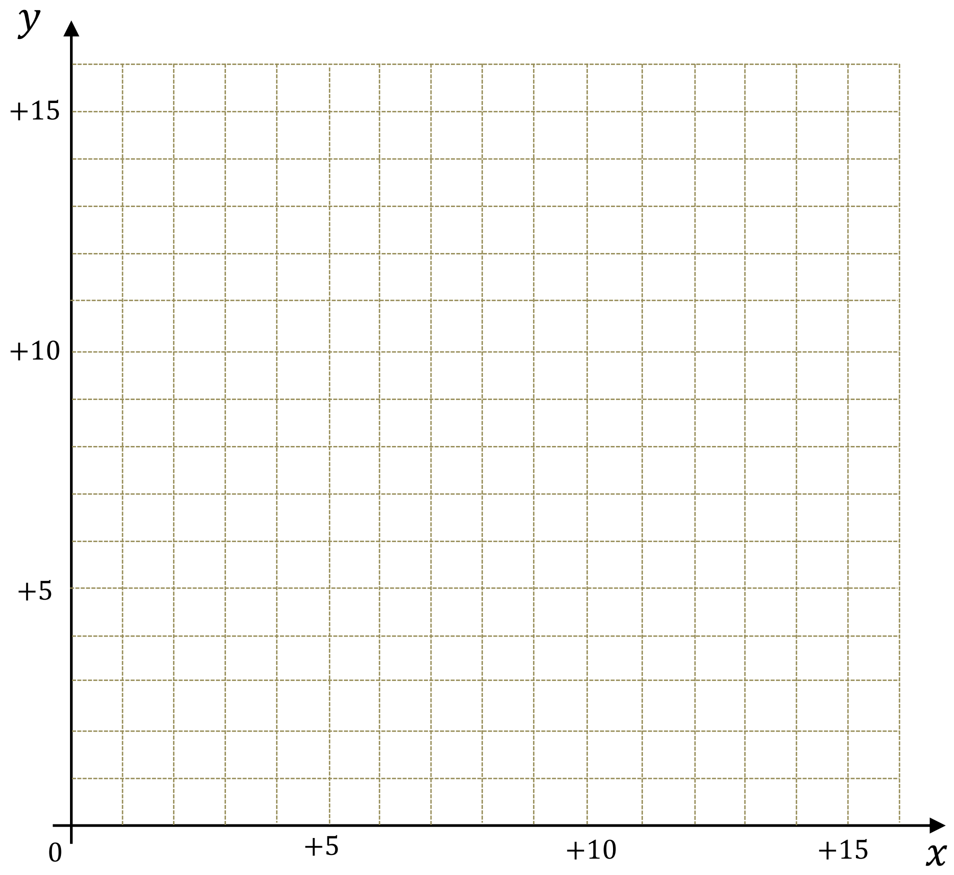


練習問題6

（1）傾きが$-1/4$で、点$(14,10)$を通る直線の式を求め、そのグラフを描け。

（2）２点$(1,7)$,$(11,15)$を通る直線の式を求め、そのグラフを描け。

（3）２つのグラフの交点を求めよ。



練習問題6（解答）

（1）傾きが$-1/4$で、点$(14,10)$を通る直線の式を求め、そのグラフを描け。

$$10=-\frac{1}{4}\times 14+b \ \rightarrow b=10+\frac{1}{4}\times 14=10+\frac{7}{2}=\frac{27}{2}$$

$$y=-\frac{1}{4}x+\frac{27}{2}$$

（2）２点$(1,7)$,$(11,15)$を通る直線の式を求め、そのグラフを描け。

$$7=a+b$$
$$15=11a+b$$

$$8=10a\ \rightarrow a=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$$

$$7=\frac{4}{5}+b\ \rightarrow b=7-\frac{4}{5}=\frac{31}{5}$$

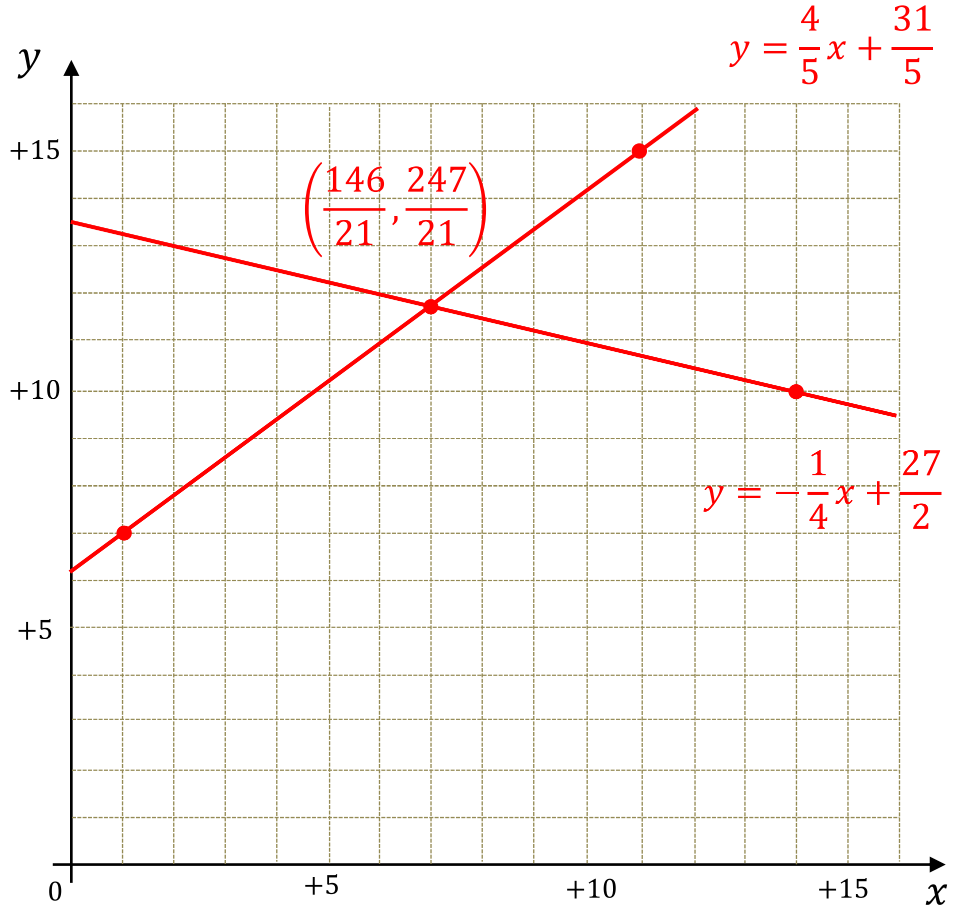
$$y=\frac{4}{5}x+\frac{31}{5}$$

（3）２つのグラフの交点を求めよ。

$$y=-\frac{1}{4}x+\frac{27}{2}$$
$$y=\frac{4}{5}x+\frac{31}{5}$$

$$-\frac{1}{4}x+\frac{27}{2}=\frac{4}{5}x+\frac{31}{5}$$
$$-5x+270=16x+124$$
$$16x+5x=270-124$$
$$21x=146$$
$$x=\frac{146}{21}$$

$$y=\frac{4}{5}\times\frac{146}{21}+\frac{31}{5}$$
$$=\frac{4\times 146}{5\times 21}+\frac{31\times 21}{5\times 21}$$
$$=\frac{584+651}{105}=\frac{1235}{105}=\frac{247}{21}$$

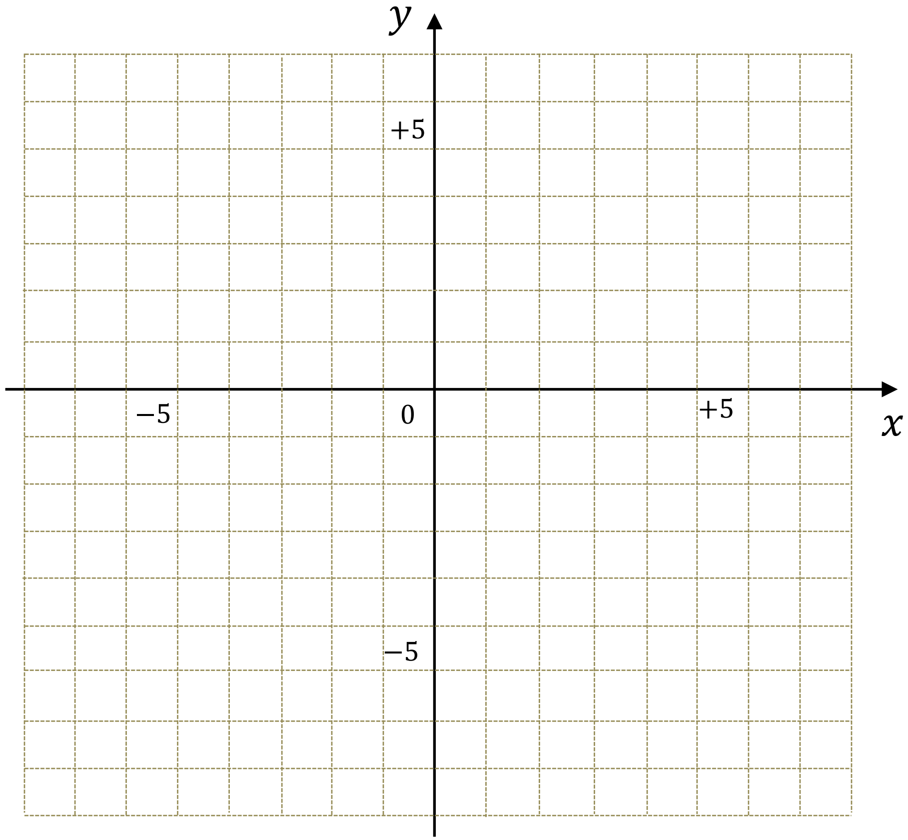


$$(x,y)=\left(\frac{146}{21},\frac{247}{21}\right)$$

練習問題7

次の３つの直線が一点で交わるときのaの値を求めよ。
また、3つの直線のグラフを描け。

$2x - y = 5$　　$x + y = 4$　　$ax - y = -8$



練習問題7（解答）

次の３つの直線が一点で交わるときのaの値を求めよ。
また、3つの直線のグラフを描け。

$2x - y = 5$　　$x + y = 4$　　$ax - y = -8$

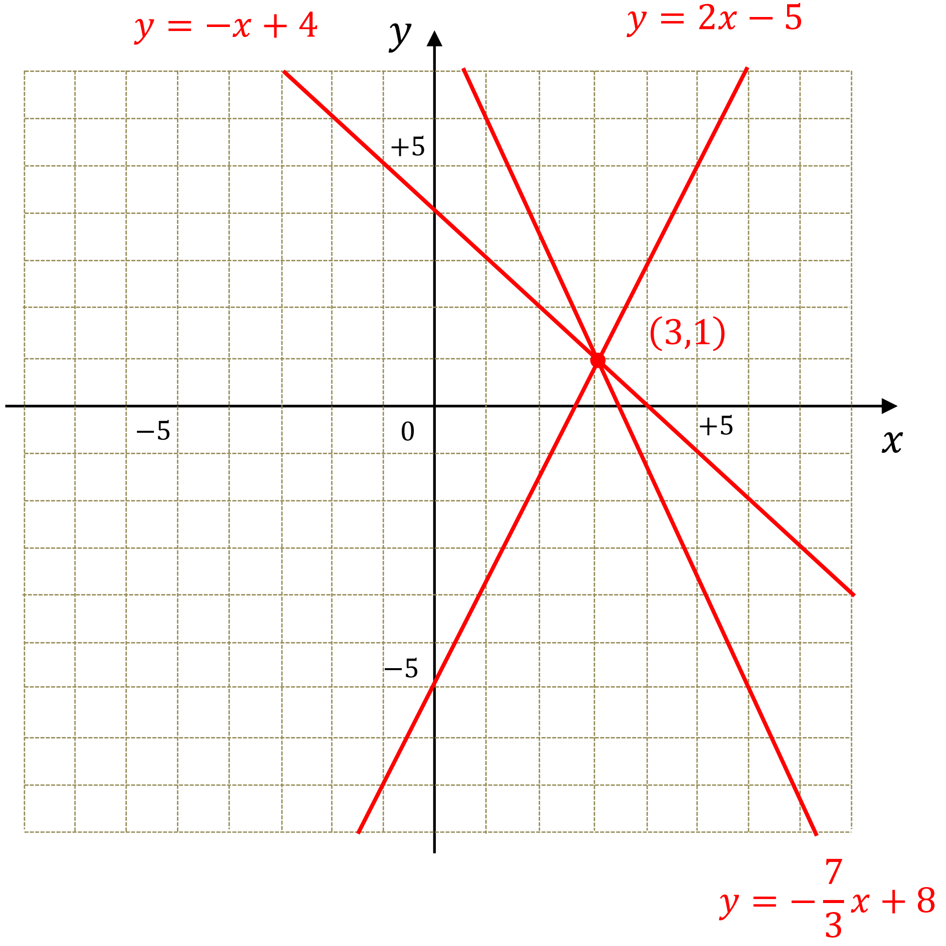
$y = 2x - 5$
$y = -x + 4$

$2x - 5 = -x + 4$
$2x + x = 4 + 5$
$3x = 9$
$x = 3$

$3 + y = 4$
$y = 4 - 3 = 1$

$ax - y = 8 \rightarrow 3a - 1 = -8 \rightarrow 3a = -7 \rightarrow a = -\frac{7}{3}$

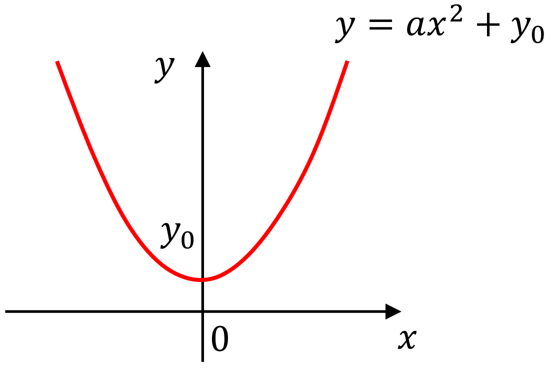
$y = -\frac{7}{3}x + 8$



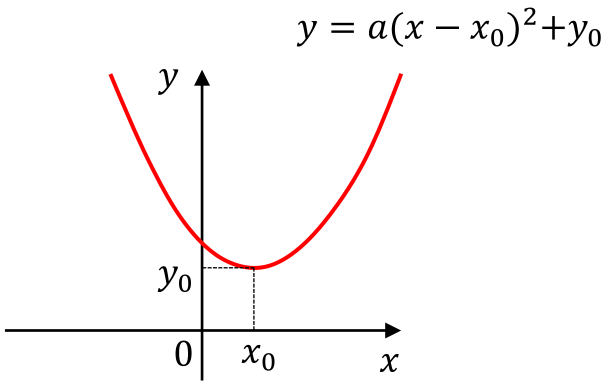
二次関数

〇二次関数

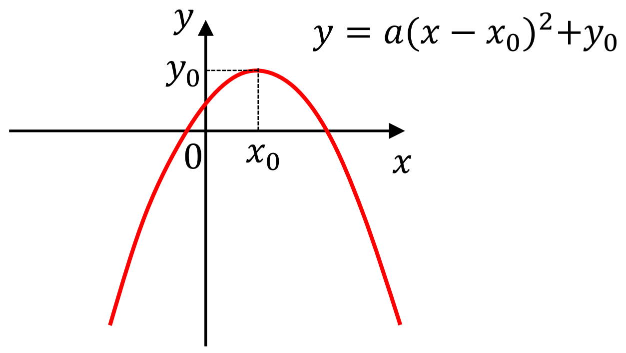
二次関数とは、$y=a(x-x_0)^2+y_0$(a, x_0, y_0は定数)で表すことができるグラフである。
グラフは放物線を描き、座標(x_0, y_0)で最小値($a>0$)または最大値($a<0$)となる。



$y=ax^2+y_0$



二次関数のグラフ($a>0$)

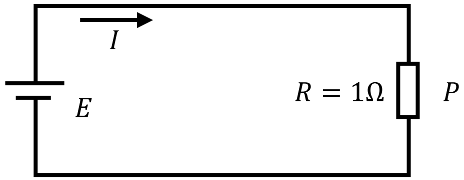


二次関数のグラフ($a<0$)

→ 電験三種はこの形までで十分

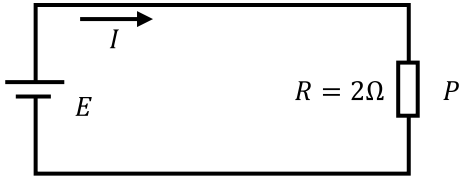
練習問題8

（１）

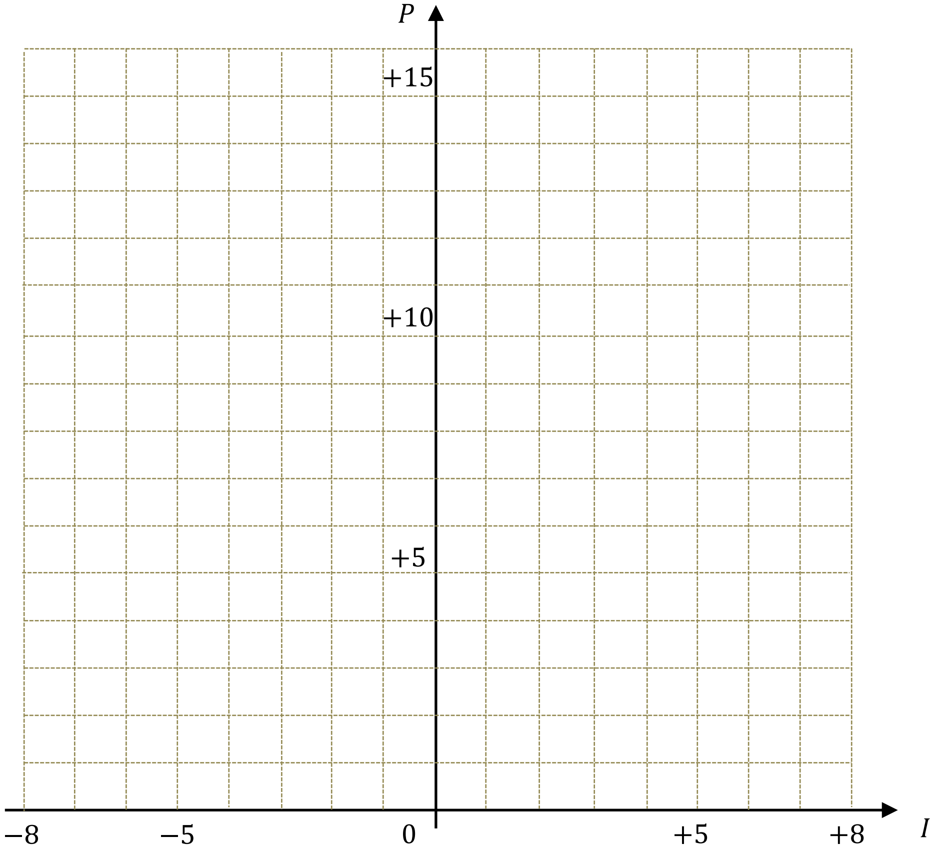


I	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
P									

（２）

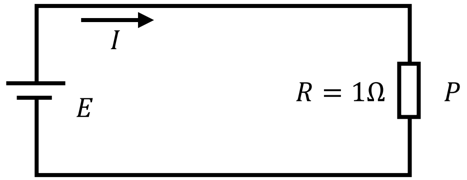


I	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
P									



練習問題8（解答）

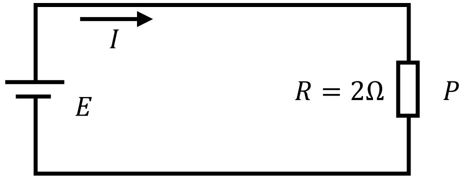
（1）



$P = RI^2 = I^2$

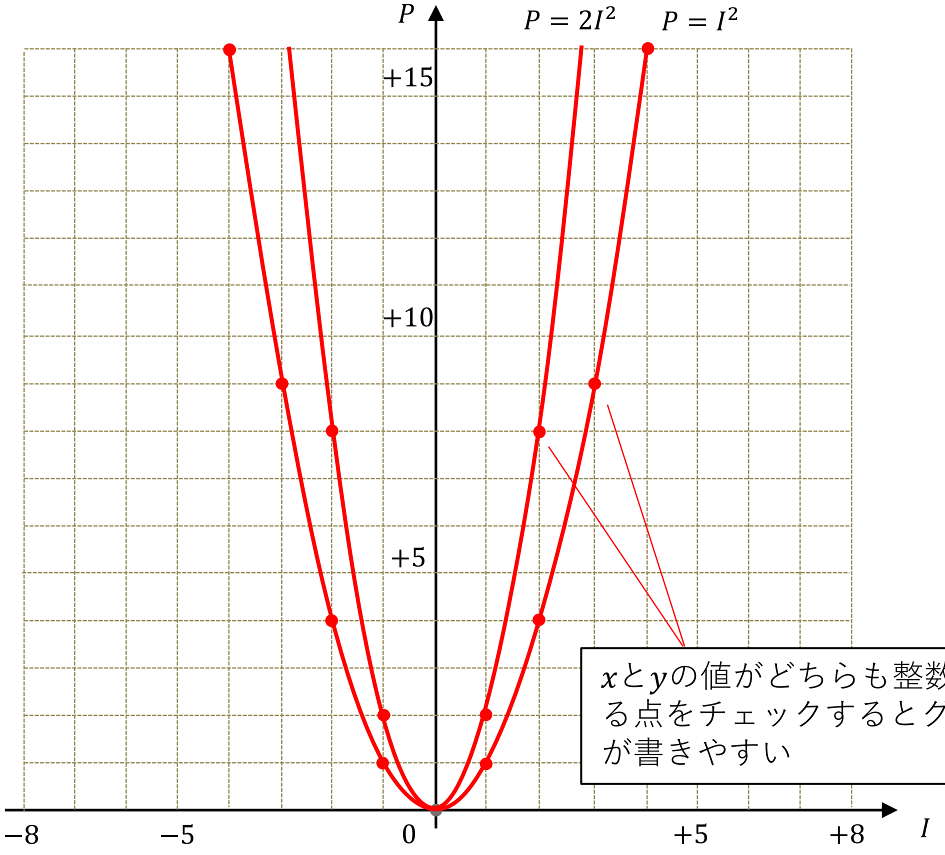
I	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
P	16	9	4	1	0	1	4	9	16

（2）



$P = RI^2 = 2I^2$

I	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
P	32	18	8	2	0	2	8	18	32



xとyの値がどちらも整数になる点をチェックするとグラフが書きやすい

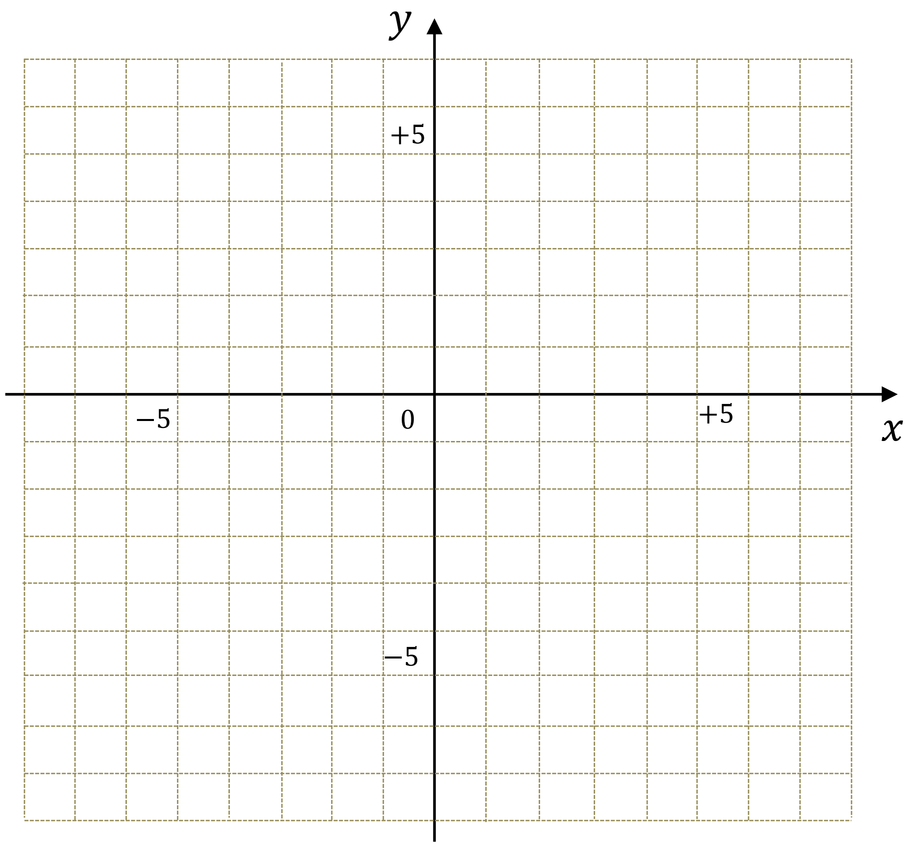
練習問題9

$y = x^2 - 2x - 8$について以下の問に答えよ

（1）x軸との交点を求めよ。

（2）$y = x^2 - 2x - 8$の上のyの値が最も小さくなる点を求めよ。

（3）$y = x^2 - 2x - 8$と$y + 4 = x$の２つの交点を求めよ。



練習問題9（解答）

$y=x^2-2x-8$について以下の問に答えよ

（1）x軸との交点を求めよ。

$y=0$とし、$x^2-2x-8=0$を満たすxを求める。

$x^2-2x-8=(x+2)(x-4)=0 \ \rightarrow x=-2,4$

$(-2,0)$と$(4,0)$

（2）$y=x^2-2x-8$の上のyの値が最も小さくなる点を求めよ。

$y=x^2-2x-8=x^2-2x-8+1-1=x^2-2x+1-9$

$y=(x-1)^2-9 \ \rightarrow y=\frac{1}{3}\underline{(x-1)}^2-9$

$x=1$で2乗の部分が最小値となる

$\rightarrow \ y=-9 \quad (1,-9)$

（3）$y=x^2-2x-8$と$y+4=x$の２つの交点を求めよ。

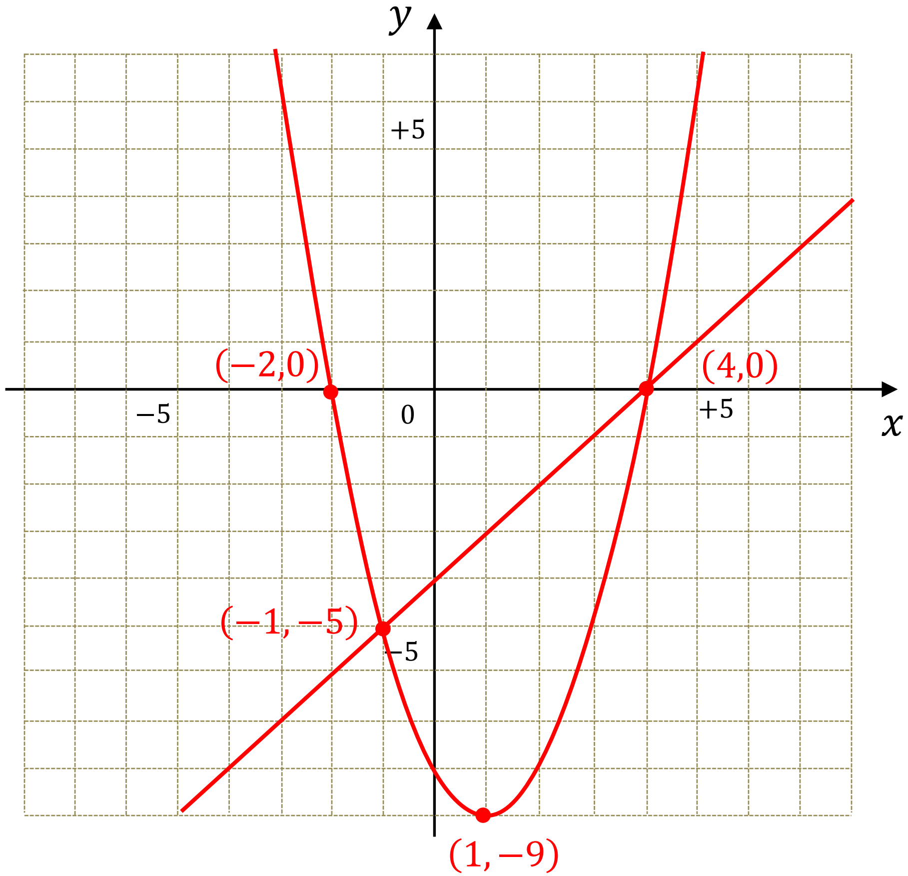
$y+4=x \ \rightarrow y=x-4$

$x^2-2x-8=x-4$
$x^2-3x-4=0$
$(x-4)(x+1)=0$
$x=-1,4$

$x=-1$のとき
$y=-1-4=-5$

$x=4$のとき
$y=4-4=0$

$(-1,-5)$と$(4,0)$



ご聴講ありがとうございました!!