

電験三種 オンライン講座

電気数学 第10回

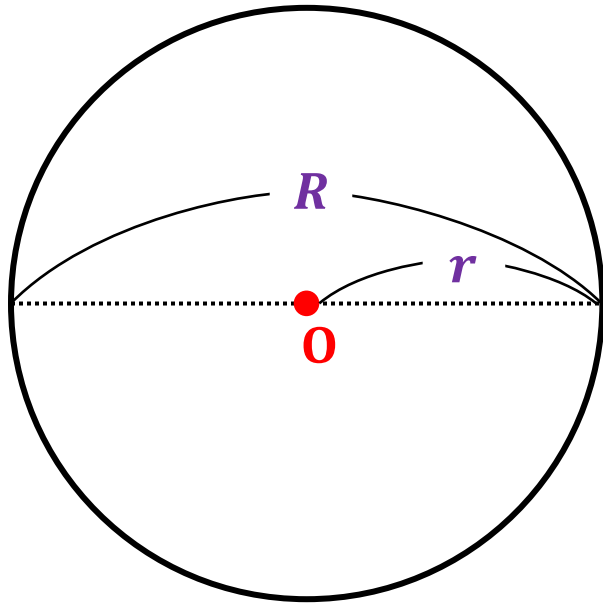
図形

(円、扇形、内接円、外接円)

2024.06.16 Sun

円とは

ある点(中心)からの距離が等しい点の集合でできる曲線のこと



半径 r : 円の中心から円周までの線分

直径 R : 円の中心を通り、円周上の2点を通る線分

直径と半径は以下の関係がある

$$R = 2r$$

<円周と直径の関係>

円周をまっすぐ伸ばして長さを調べると、

直径の約3.14倍になる(きれいな倍率にはならない)

直径

円周

約3.14倍

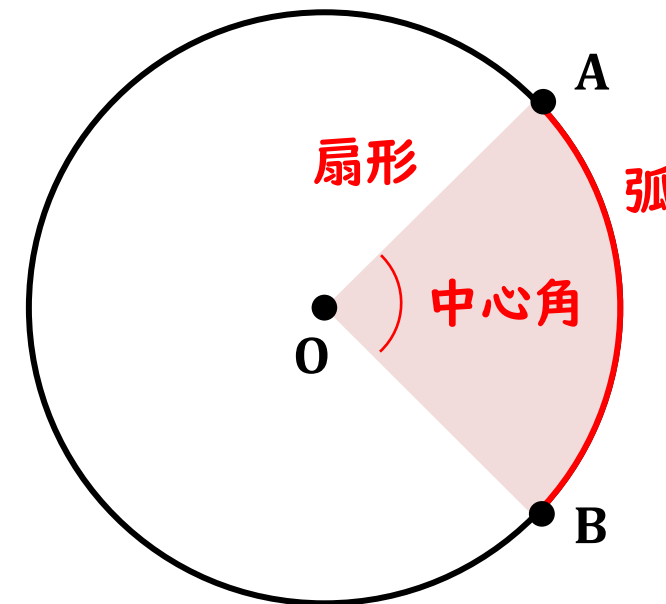
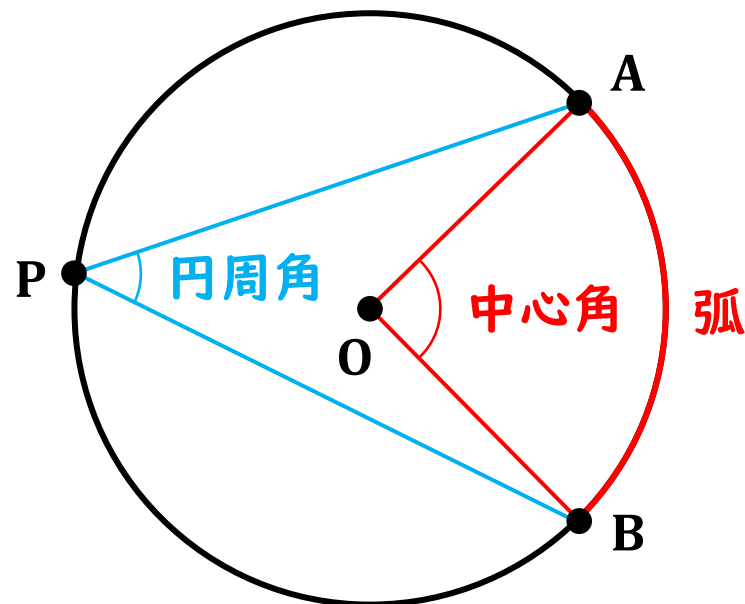
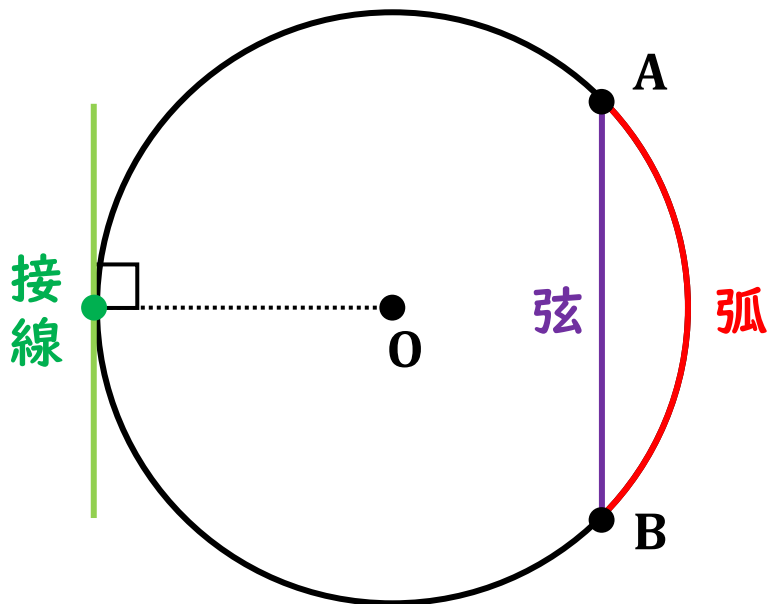
中心 O : 円の真ん中にあたる点

円周 : 円を現す曲線

$$\text{円周} = \pi R = 2\pi r$$

$$\text{円周率 } \pi = 3.141592 \dots$$

円に関連する直線や角度



弦 AB：円周の2点を結ぶ直線
弧 \widehat{AB} ：円周の一部の曲線
接線：円の1点に接する直線
(接する点を接点という)

中心角 $\angle AOB$ ：
弧の両端と中心の間の角
円周角 $\angle APB$ ：
弧の両端と円周上の一点の間の角

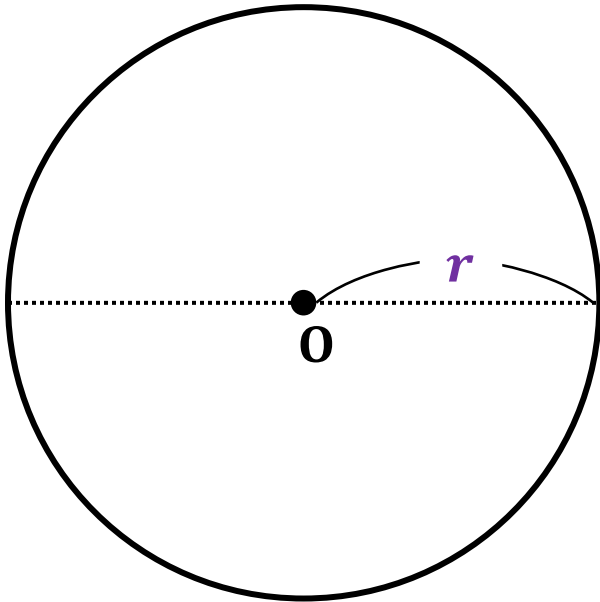
扇形：
中心角の範囲の半径と弧に
囲まれた図形

中心と接点を結ぶ線分 (半径)
は接点と垂直に交わる

$$\text{円周角} \times 2 = \text{中心角}$$

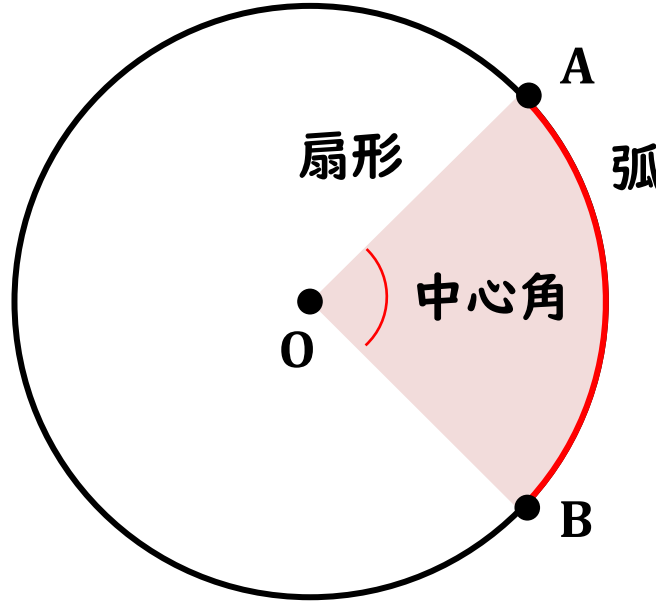
円と扇形の面積

円の面積



$$S = \pi r^2$$

扇形の面積



$$S = \frac{\text{中心角}}{360^\circ} \times \pi r^2$$

円1周分の角度 360°

弧の長さ

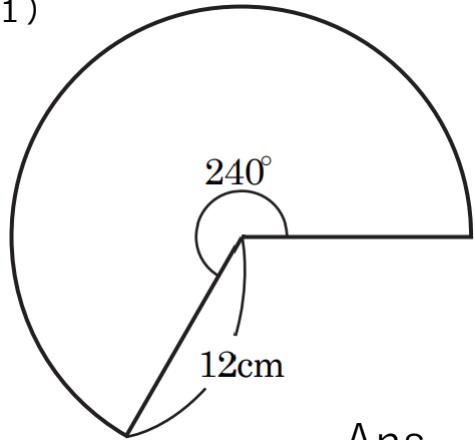
$$l = \frac{\text{中心角}}{360^\circ} \times \frac{2\pi r}{\text{円周の長さ}}$$

扇形の面積や弧の長さは
角度の割合で決まる

練習問題 I

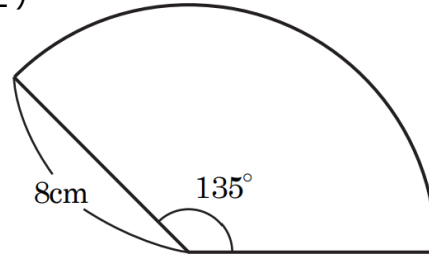
(1)~(3)は扇形の面積を求めよ。(4)~(5)は色がついている部分の面積を求めよ。
円周率は π とする。

(1)



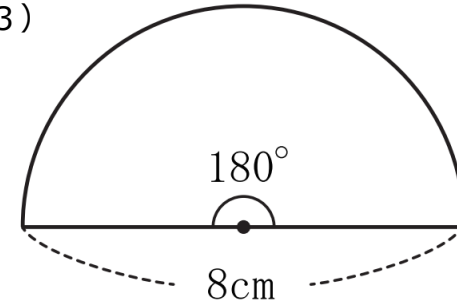
Ans. _____

(2)



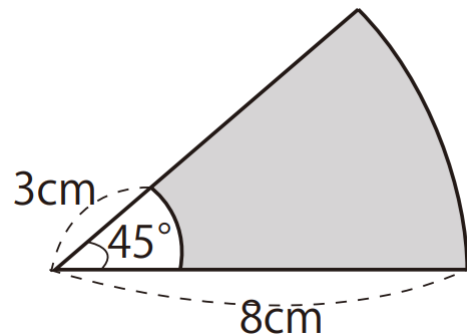
Ans. _____

(3)



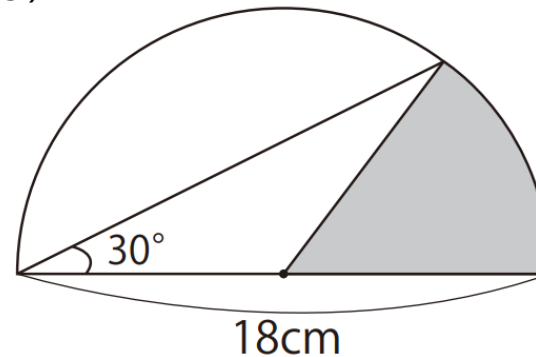
Ans. _____

(4)



Ans. _____

(5)

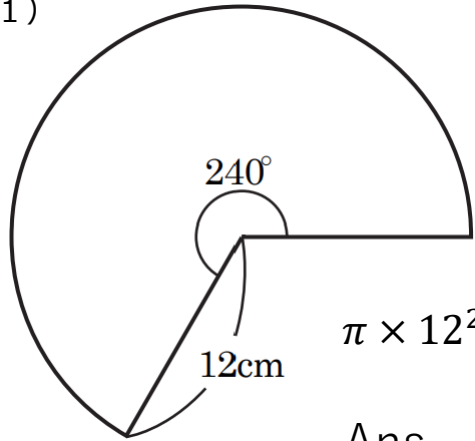


Ans. _____

練習問題I (解答)

(1)~(3)は扇形の面積を求めよ。(4)~(5)は色がついている部分の面積を求めよ。
円周率は π とする。

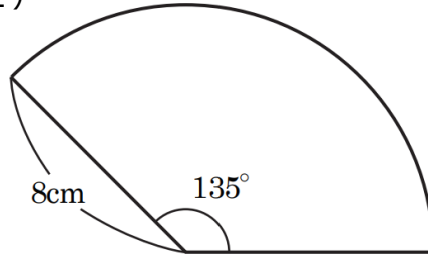
(1)



$$\pi \times 12^2 \times \frac{240}{360} = 96\pi$$

Ans. $96\pi \text{ cm}^2$

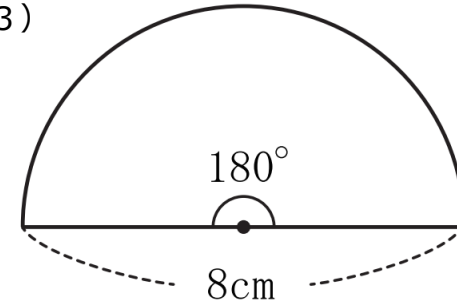
(2)



$$\pi \times 8^2 \times \frac{135}{360} = 24\pi$$

Ans. $24\pi \text{ cm}^2$

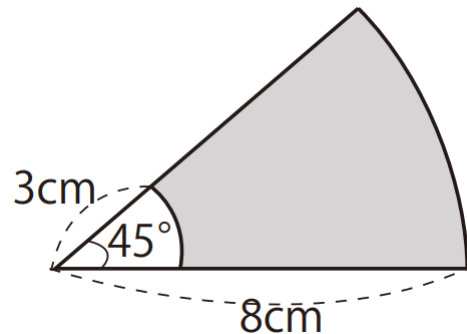
(3)



$$\pi \times 4^2 \times \frac{180}{360} = 8\pi$$

Ans. $8\pi \text{ cm}^2$

(4)



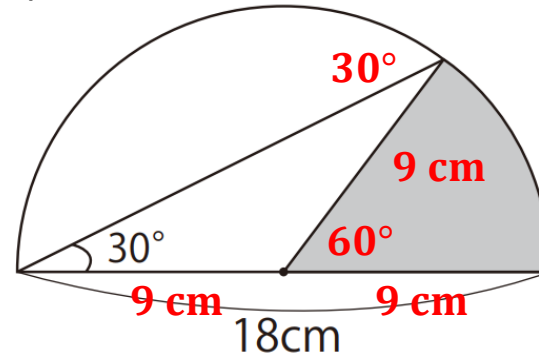
$$\textcircled{1} \quad \pi \times 8^2 \times \frac{45}{360} = 8\pi$$

$$\textcircled{2} \quad \pi \times 3^2 \times \frac{45}{360} = \frac{9}{8}\pi$$

$$8\pi - \frac{9}{8}\pi = \frac{55}{8}\pi$$

Ans. $\frac{55}{8}\pi \text{ cm}^2$

(5)



$$\pi \times 9^2 \times \frac{60}{360} = \frac{27}{2}\pi$$

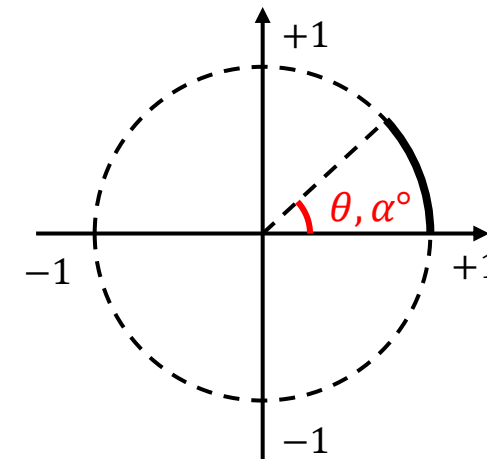
Ans. $\frac{27}{2}\pi \text{ cm}^2$

度数法と弧度法

○度数法と弧度法

角の大きさを表す際に、度 [°] を用いる方法を度数法という。

半径1の単位円の円周の長さで角を表す方法を弧度法といい、この角の大きさはラジアン [rad] という単位を用いる。円の1周の角360°を弧度法で表すと2π [rad] となる。



$$\theta \text{ [rad]} = \alpha^\circ \times \frac{2\pi}{360^\circ}$$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|-------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|--------|
| 度 [°] | 0 | 30 | 45 | 60 | 90 | 120 | 135 | 150 | 180 | 210 | 225 | 240 | 270 | 300 | 315 | 330 | 360 |
| ラジアン [rad] | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | π | $\frac{7\pi}{6}$ | $\frac{5\pi}{4}$ | $\frac{4\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{5\pi}{3}$ | $\frac{7\pi}{4}$ | $\frac{11\pi}{6}$ | 2π |

練習問題2

次の角度を弧度法で表せ。

(1) 30°

(2) 45°

(3) 90°

(4) 135°

Ans. _____

Ans. _____

Ans. _____

Ans. _____

(5) 150°

(6) 225°

(7) 315°

(8) 330°

Ans. _____

Ans. _____

Ans. _____

Ans. _____

練習問題2 (解答)

次の角度を弧度法で表せ。

(1) 30°

$$\frac{30^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{1}{6} \pi$$

Ans. $\frac{1}{6} \pi$ [rad]

(2) 45°

$$\frac{45^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{1}{4} \pi$$

Ans. $\frac{1}{4} \pi$ [rad]

(3) 90°

$$\frac{90^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{1}{2} \pi$$

Ans. $\frac{1}{2} \pi$ [rad]

(4) 135°

$$\frac{135^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{3}{4} \pi$$

Ans. $\frac{3}{4} \pi$ [rad]

(5) 150°

$$\frac{150^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{5}{6} \pi$$

Ans. $\frac{5}{6} \pi$ [rad]

(6) 225°

$$\frac{225^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{5}{4} \pi$$

Ans. $\frac{5}{4} \pi$ [rad]

(7) 315°

$$\frac{315^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{7}{4} \pi$$

Ans. $\frac{7}{4} \pi$ [rad]

(8) 330°

$$\frac{330^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{11}{6} \pi$$

Ans. $\frac{11}{6} \pi$ [rad]

練習問題3

次の角度を度数法で表せ。

(1) $\frac{1}{2}\pi$

(2) $\frac{3}{4}\pi$

(3) $\frac{1}{3}\pi$

(4) $\frac{7}{6}\pi$

Ans. _____

Ans. _____

Ans. _____

Ans. _____

(5) $\frac{5}{3}\pi$

(6) $\frac{11}{6}\pi$

(7) $\frac{20}{3}\pi$

(8) $\frac{17}{6}\pi$

Ans. _____

Ans. _____

Ans. _____

Ans. _____

練習問題3 (解答)

次の角度を度数法で表せ。

(1) $\frac{1}{2}\pi$

$$\frac{1}{2}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 90^\circ$$

Ans. 90°

(2) $\frac{3}{4}\pi$

$$\frac{3}{4}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 135^\circ$$

Ans. 135°

(3) $\frac{1}{3}\pi$

$$\frac{1}{3}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 60^\circ$$

Ans. 60°

(4) $\frac{7}{6}\pi$

$$\frac{7}{6}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 210^\circ$$

Ans. 210°

(5) $\frac{5}{3}\pi$

$$\frac{5}{3}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 300^\circ$$

Ans. 300°

(6) $\frac{11}{6}\pi$

$$\frac{11}{6}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 330^\circ$$

Ans. 330°

(7) $\frac{20}{3}\pi$

$$\frac{20}{3}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 1200^\circ$$

Ans. 1200°

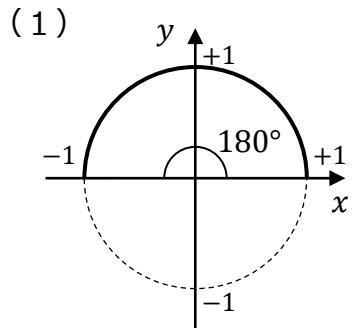
(8) $\frac{17}{6}\pi$

$$\frac{17}{6}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 510^\circ$$

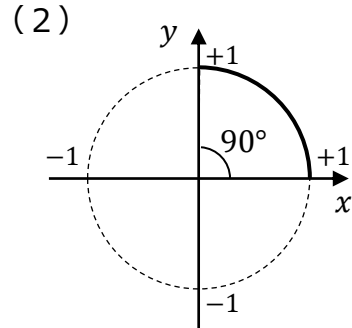
Ans. 510°

練習問題4

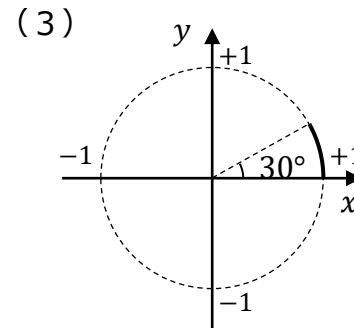
各問の実線で示す部分の円周の長さを求めよ。



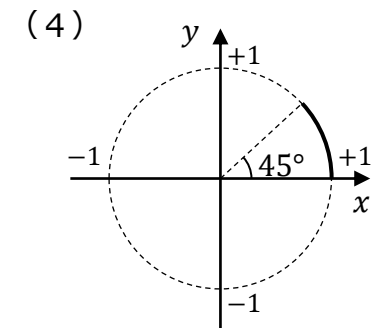
Ans. _____



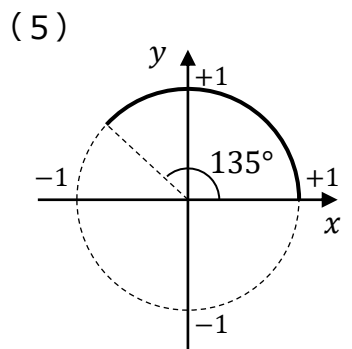
Ans. _____



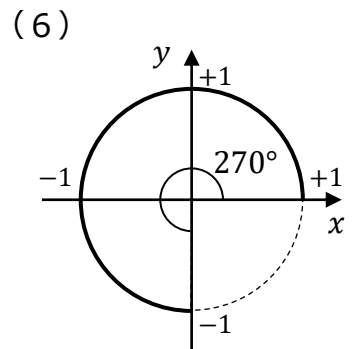
Ans. _____



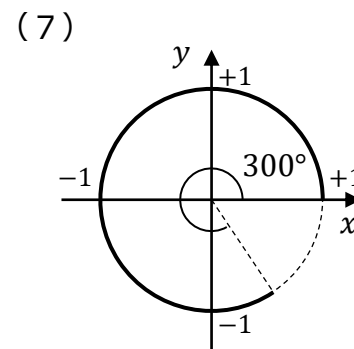
Ans. _____



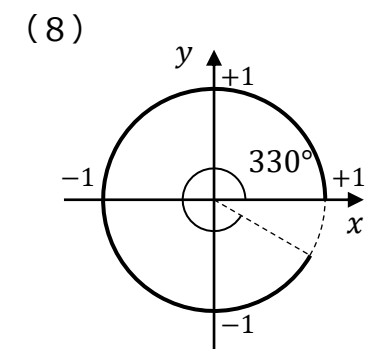
Ans. _____



Ans. _____



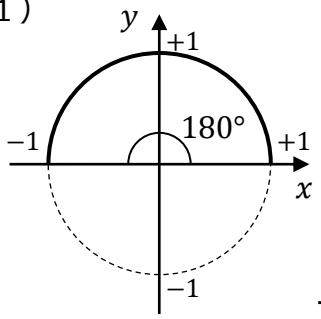
Ans. _____



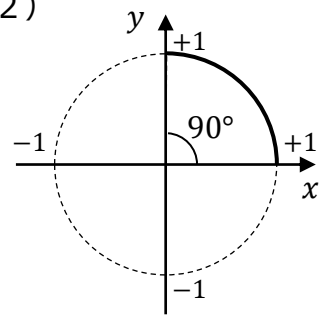
Ans. _____

練習問題4 (解答)

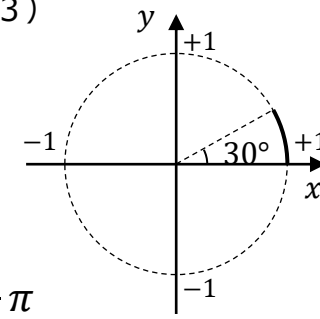
各問の実線で示す部分の円周の長さを求めよ。

(1)  $\frac{180^\circ}{180^\circ} \times \pi = \pi$

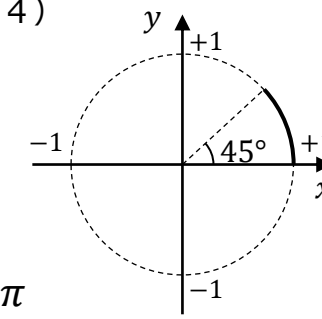
Ans. π

(2)  $\frac{90^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{1}{2}\pi$

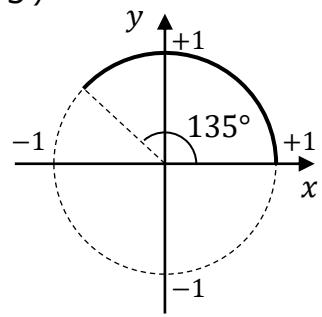
Ans. $\frac{1}{2}\pi$

(3)  $\frac{30^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{1}{6}\pi$

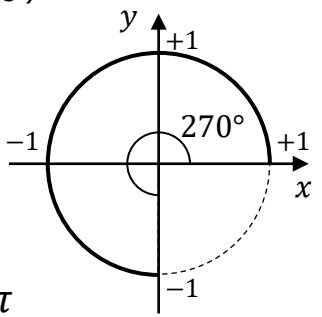
Ans. $\frac{1}{6}\pi$

(4)  $\frac{45^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{1}{4}\pi$

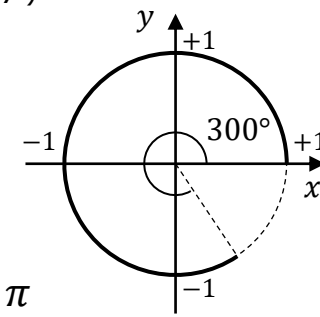
Ans. $\frac{1}{4}\pi$

(5)  $\frac{135^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{3}{4}\pi$

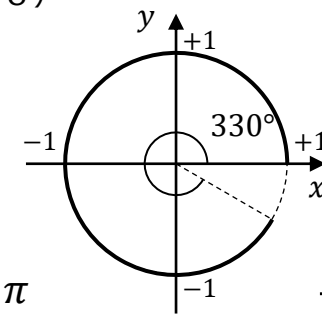
Ans. $\frac{3}{4}\pi$

(6)  $\frac{270^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{3}{2}\pi$

Ans. $\frac{3}{2}\pi$

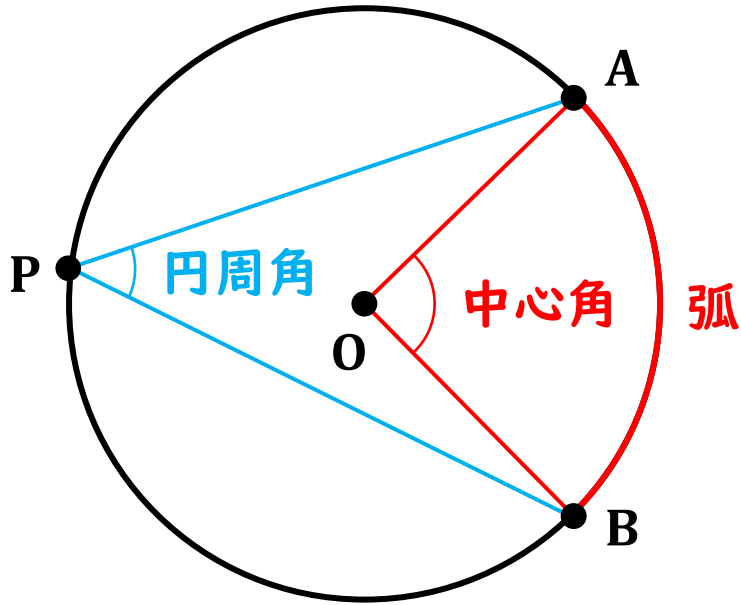
(7)  $\frac{300^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{5}{3}\pi$

Ans. $\frac{5}{3}\pi$

(8)  $\frac{330^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{11}{6}\pi$

Ans. $\frac{11}{6}\pi$

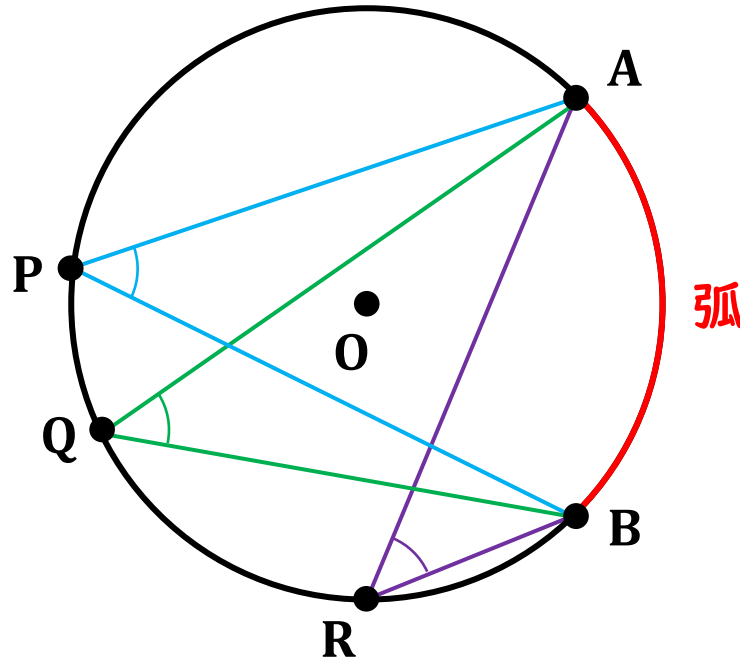
円周角と中心角



中心角 $\angle AOB$:
弧の両端と中心の間の角

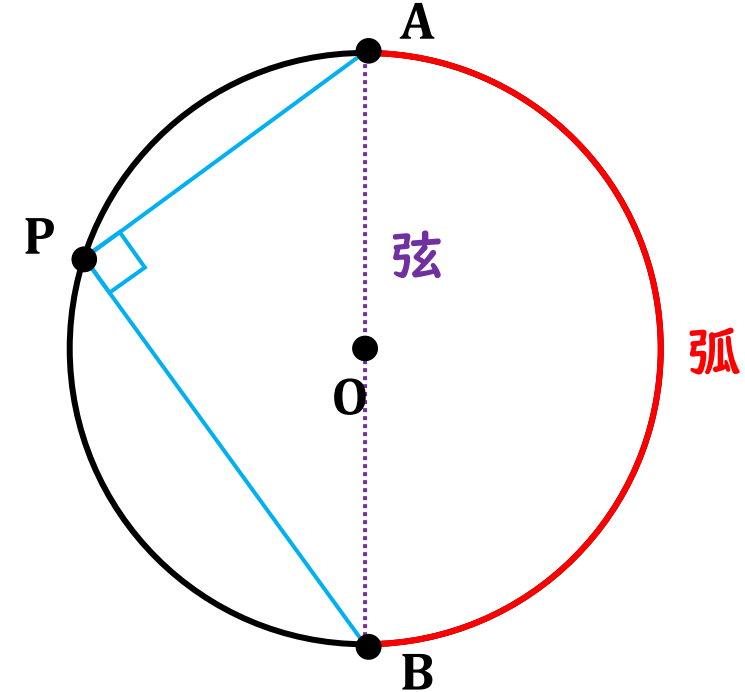
円周角 $\angle APB$:
弧の両端と円周上の一点の間の角

$$\text{円周角} \times 2 = \text{中心角}$$



同じ弧からできる円周角は、
円周上のどの点でも同じ大きさ
になる

$$\angle APB = \angle AQB = \angle ARB$$

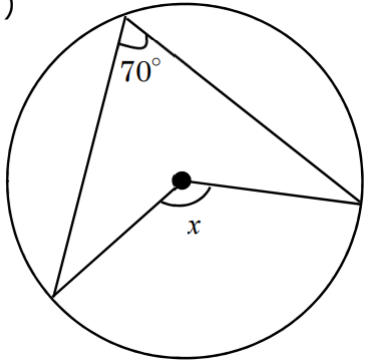


弦が中心を通る（直径）とき、
円周角は 90° となる
（中心角が 180° なので）

$$\angle APB = 90^\circ$$

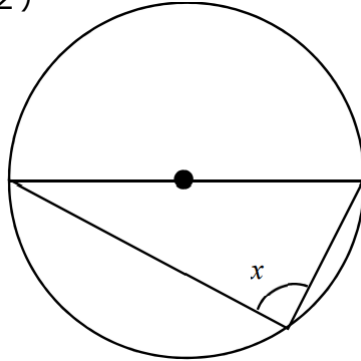
練習問題5

(1)



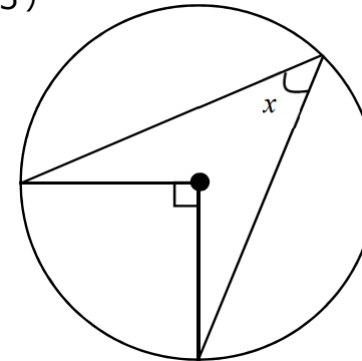
Ans. $x =$ _____

(2)



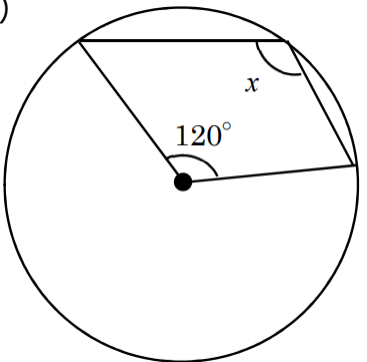
Ans. $x =$ _____

(3)



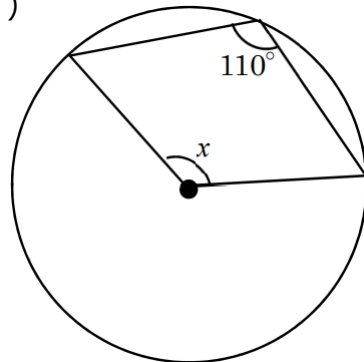
Ans. $x =$ _____

(4)



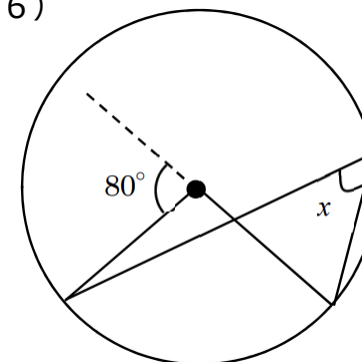
Ans. $x =$ _____

(5)



Ans. $x =$ _____

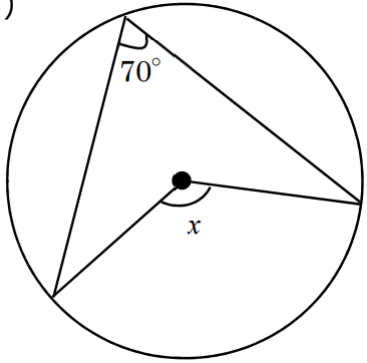
(6)



Ans. $x =$ _____

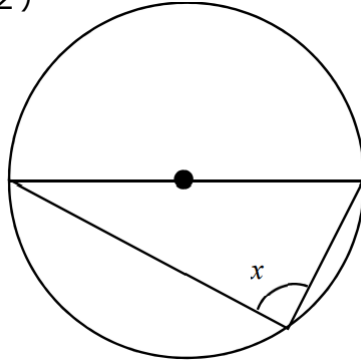
練習問題5 (解答)

(1)



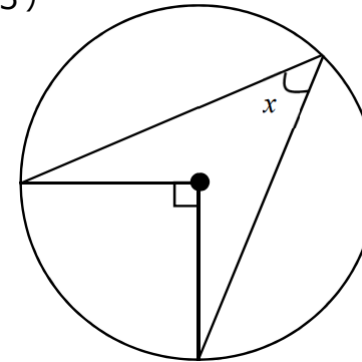
Ans. $x = 140^\circ$

(2)



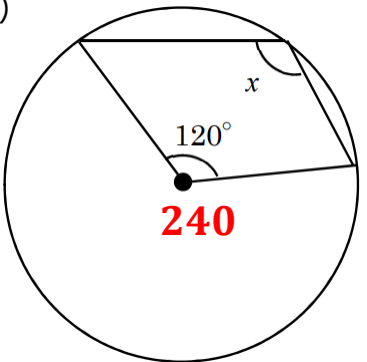
Ans. $x = 90^\circ$

(3)



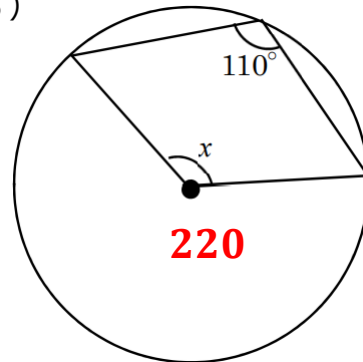
Ans. $x = 45^\circ$

(4)



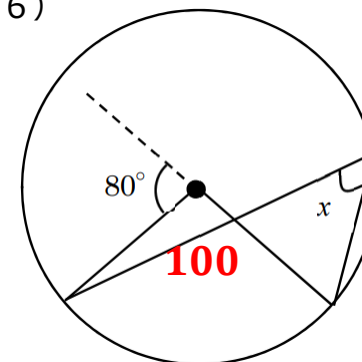
Ans. $x = 120^\circ$

(5)



Ans. $x = 140^\circ$

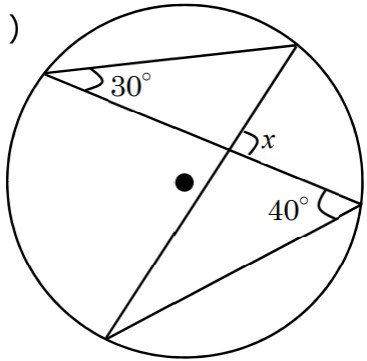
(6)



Ans. $x = 50^\circ$

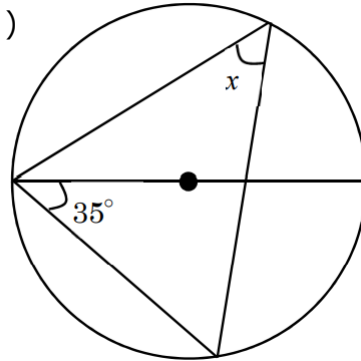
練習問題6

(1)



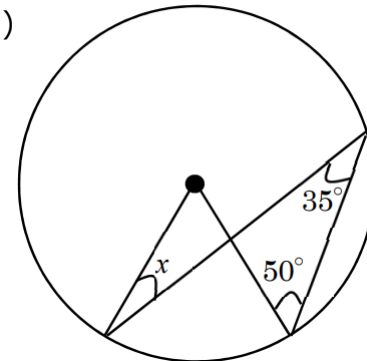
Ans. $x =$ _____

(2)



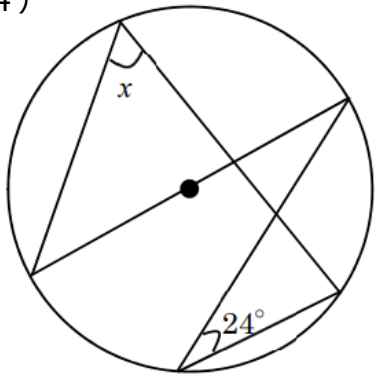
Ans. $x =$ _____

(3)



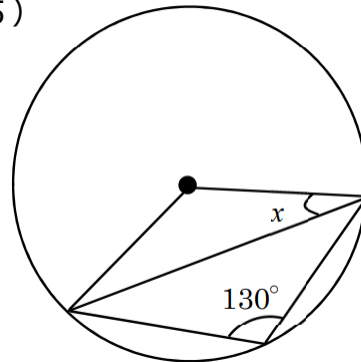
Ans. $x =$ _____

(4)



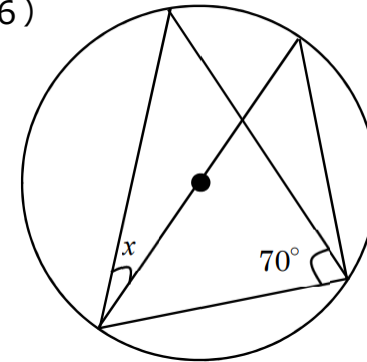
Ans. $x =$ _____

(5)



Ans. $x =$ _____

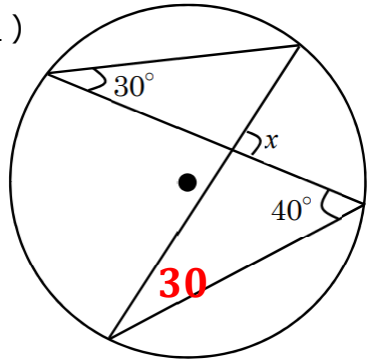
(6)



Ans. $x =$ _____

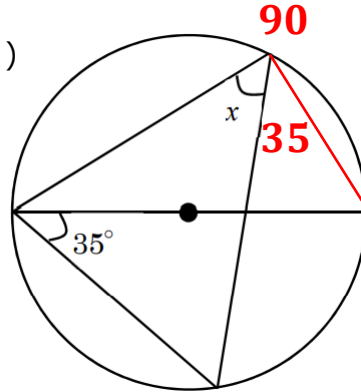
練習問題6 (解答)

(1)



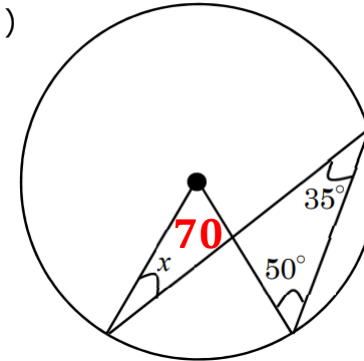
Ans. $x = 70^\circ$

(2)



Ans. $x = 55^\circ$

(3)

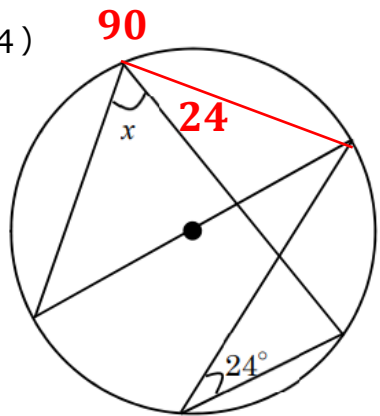


$$x + 70 = 35 + 50$$

$$x = 15$$

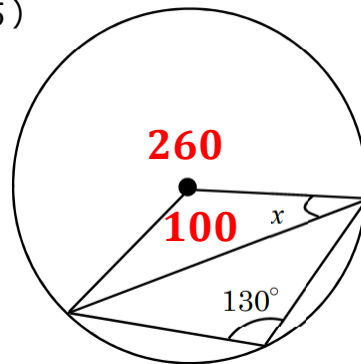
Ans. $x = 15^\circ$

(4)



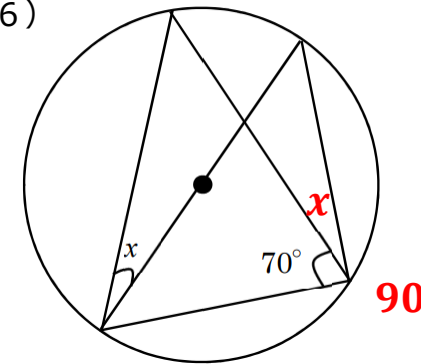
Ans. $x = 66^\circ$

(5)



Ans. $x = 40^\circ$

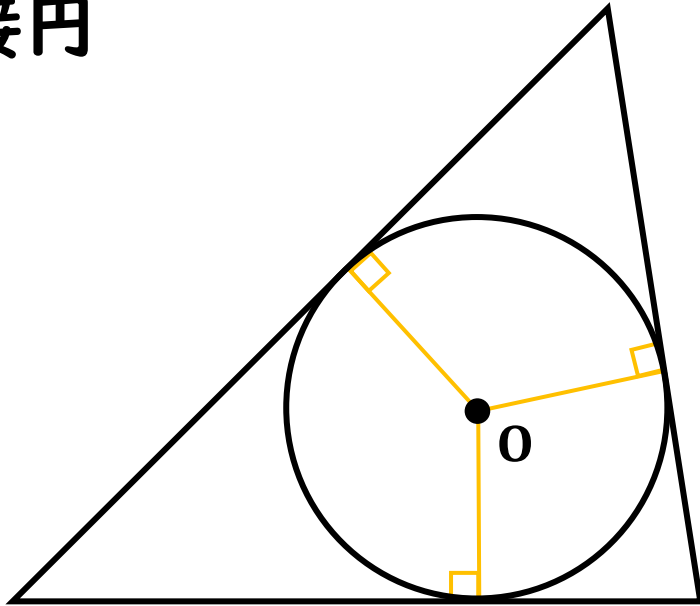
(6)



Ans. $x = 20^\circ$

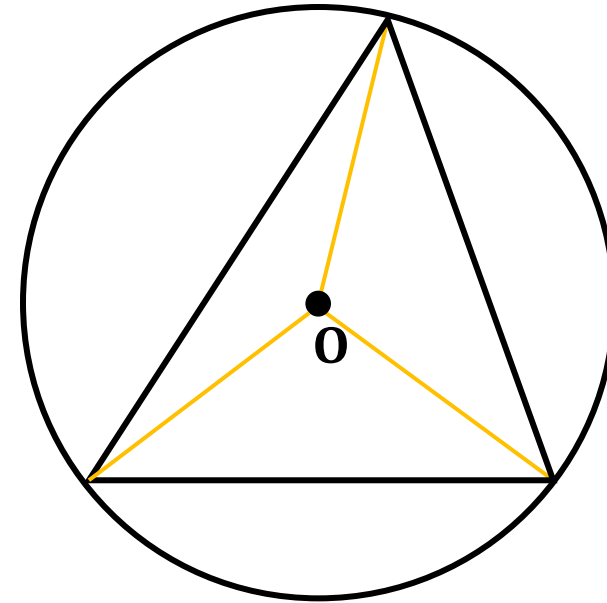
内接円と外接円

内接円



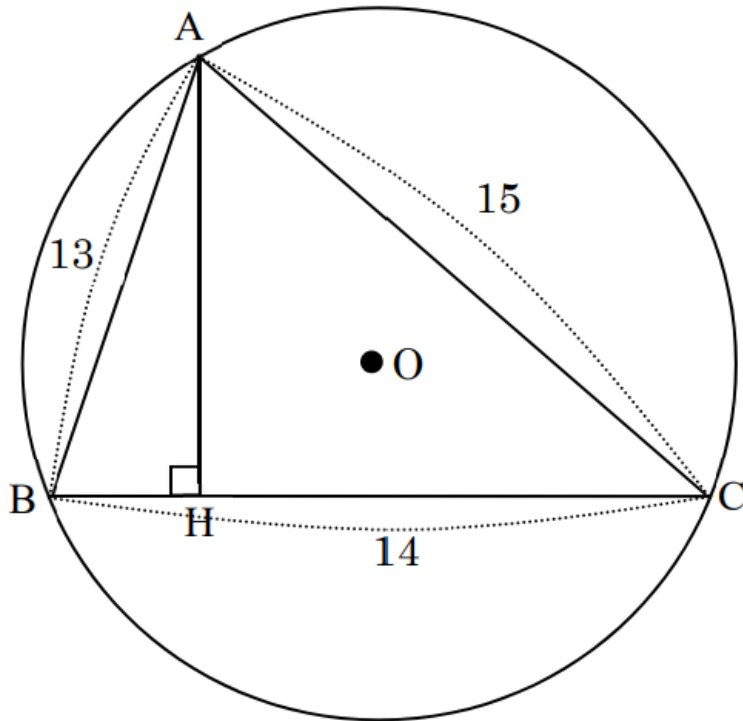
円の中心が三角形の各辺から
等しい距離にある

外接円



三角形の各頂点が円の中心から
等しい距離にある

練習問題7

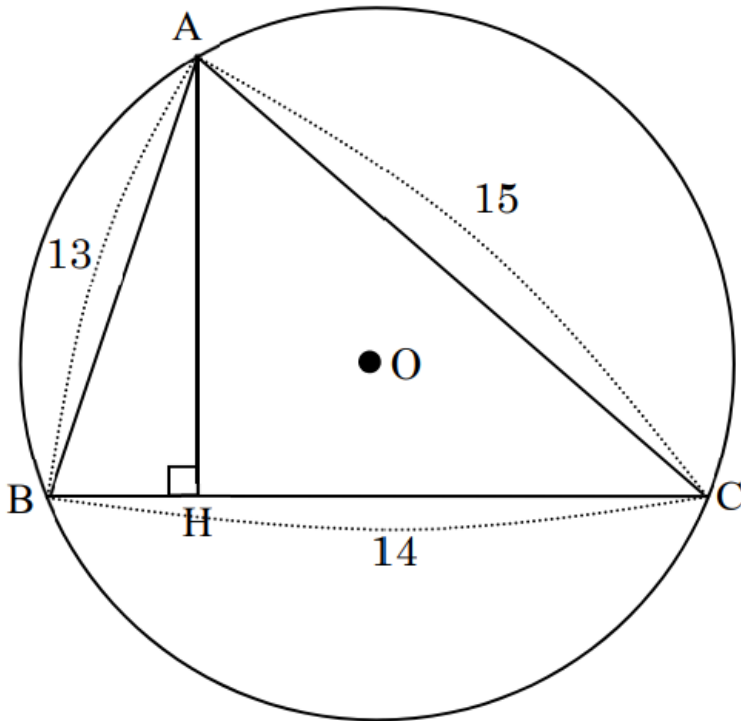


△ABCにおいて、AからBCに下した垂線の足をH、△ABCの外接円の中心をOとする。次の問に答えよ。

(1) AHの長さを求めよ。

(2) 外接円の半径を求めよ。

練習問題7 (解答)



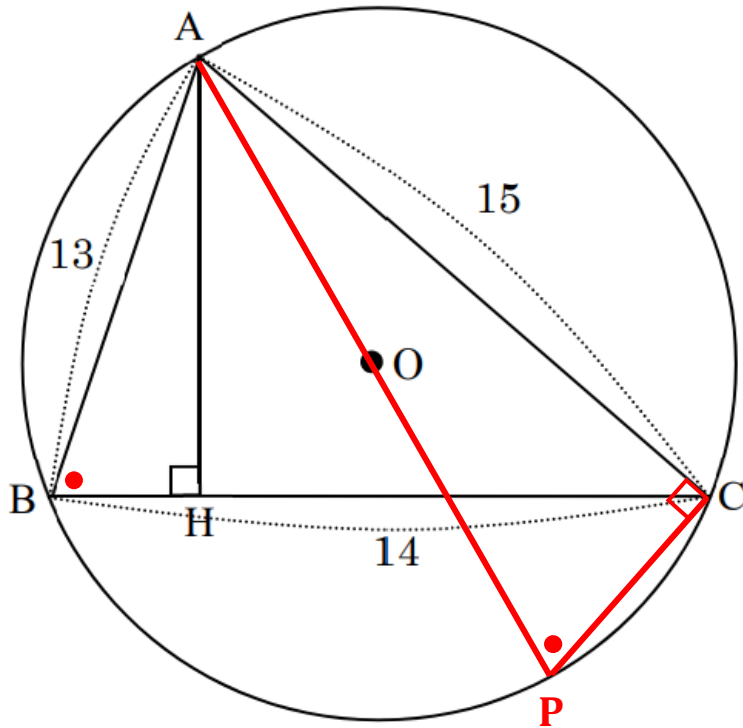
△ABCにおいて、AからBCに下した垂線の足をH、△ABCの外接円の中心をOとする。次の問に答えよ。

(1) AHの長さを求めよ。

$$\begin{aligned}AH^2 &= 13^2 - (BH)^2 = 15^2 - (14 - BH)^2 \\169 - BH^2 &= 225 - (196 - 28BH + BH^2) \\28BH &= 169 - 225 + 196 = 140 \\BH &= 5\end{aligned}$$

$$AH^2 = 13^2 - 5^2 = 144 \rightarrow AH = 12 \text{ cm}$$

練習問題7 (解答)



△ABCにおいて、AからBCに下した垂線の足をH、△ABCの外接円の中心をOとする。次の問に答えよ。

(2)外接円の半径を求めよ。

弧ACから中心Oを通る直線を引き、円周と直線の交点を点Pとする。

このとき、 $\angle ACP = 90^\circ$ と $\angle ABC = \angle APC$ が成り立つ。

従って、△ABHと△APCは相似なので

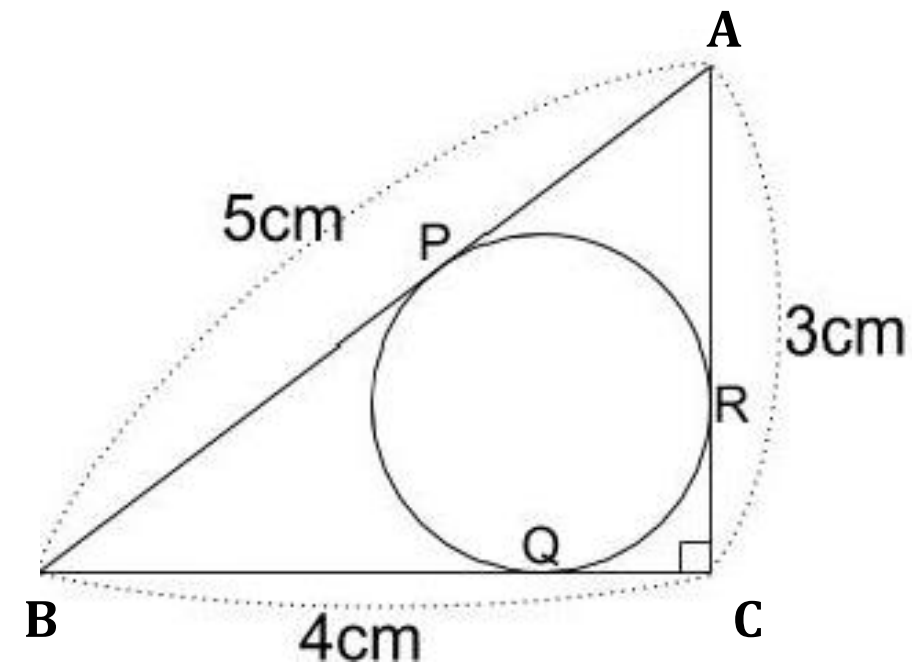
$$AB : AH = AP : AC \rightarrow 13 : 12 = 2r : 15$$

$$12 \times 2r = 13 \times 15$$

$$r = \frac{13 \times 15}{12 \times 2} = \frac{13 \times 5}{4 \times 2} = \frac{65}{8} \text{ cm}$$

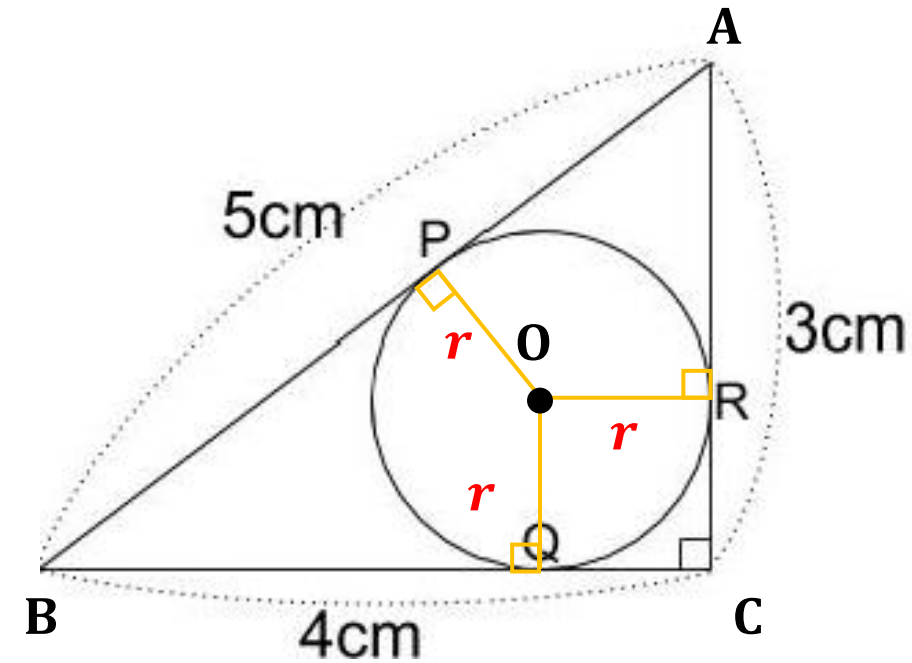
練習問題8

△ABCの内接円の半径を求めよ。

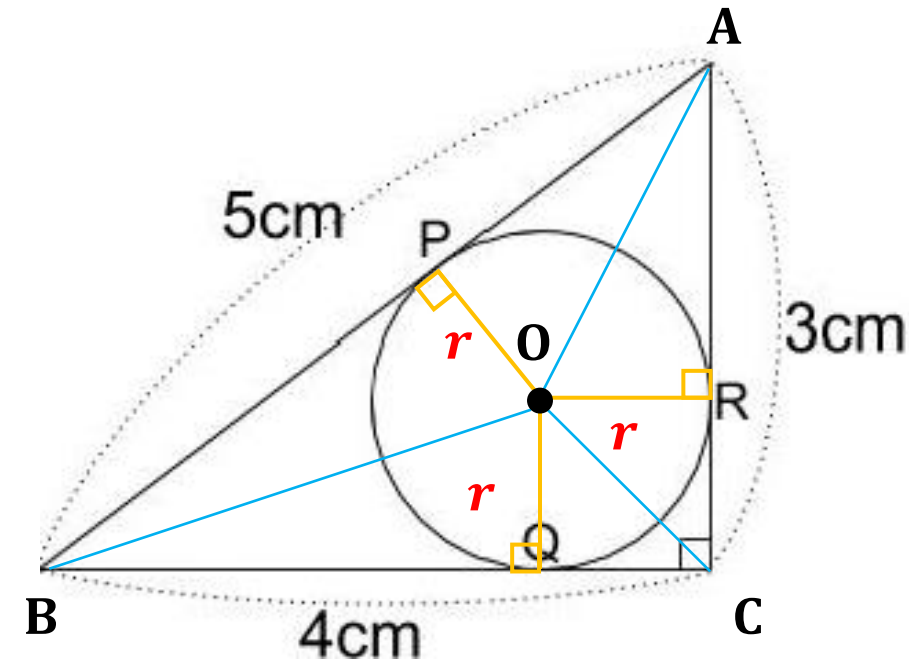


練習問題8

△ABCの内接円の半径を求めよ。



練習問題8 (解答)



△ABCの内接円の半径を求めよ。

△ABCの面積 S に関する式を作る。

$$S = 4 \times 3 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

$$S = 4 \times r \times \frac{1}{2} + 3 \times r \times \frac{1}{2} + 5 \times r \times \frac{1}{2} = \frac{12}{2} r = 6r$$

$$6r = 6 \rightarrow r = 1 \text{ cm}$$

ご聴講ありがとうございました!!