

# 電験三種 オンライン講座

## 電気数学 第7回 二次方程式

# 二次方程式

未知数の次数 ( $x^2$ ) を含む方程式のことを二次方程式という

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0, b, c \text{は定数})$$

## 3パターンの計算手順

### ① $x^2 = A^2$ となる方程式

$$x^2 = 4 \rightarrow x^2 = 2^2 \rightarrow x = \pm 2$$

$$x^2 = 8 \rightarrow x^2 = (\sqrt{8})^2 \rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$$

### ② 因数分解を使った解法

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow (x + 2)(x + 1) = 0 \rightarrow x = -2, -1$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow (x - 2)^2 = 0 \rightarrow x = 2$$

### ③ 解の公式を使った解法

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

# 練習問題 I

(1)  $x^2 = 9$

(2)  $x^2 = 36$

(3)  $x^2 = 144$

(4)  $x^2 = 225$

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

(5)  $x^2 = 8$

(6)  $x^2 = 27$

(7)  $x^2 = 40$

(8)  $x^2 = 63$

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

# 練習問題Ⅰ (解答)

(1)  $x^2 = 9$

(2)  $x^2 = 36$

(3)  $x^2 = 144$

(4)  $x^2 = 225$

Ans.  $x = \pm 3$

Ans.  $x = \pm 6$

Ans.  $x = \pm 12$

Ans.  $x = \pm 15$

(5)  $x^2 = 8$

(6)  $x^2 = 27$

(7)  $x^2 = 40$

(8)  $x^2 = 63$

Ans.  $x = \pm 2\sqrt{2}$

Ans.  $x = \pm 3\sqrt{3}$

Ans.  $x = \pm 2\sqrt{10}$

Ans.  $x = \pm 3\sqrt{7}$

# 練習問題2

(1)  $3x^2 - 2 = 10$

(2)  $5x^2 - 30 = 15$

(3)  $2x^2 + 2 = 100$

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

(4)  $2x^2 + 6 = 70$

(5)  $3x^2 + 9 = 90$

(6)  $5x^2 + 80 = 200$

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

# 練習問題2 (解答)

(1)  $3x^2 - 2 = 10$

$$\begin{aligned} 3x^2 &= 12 \\ x^2 &= 4 \\ x &= \pm 2 \end{aligned}$$

Ans.  $x = \pm 2$

(2)  $5x^2 - 30 = 15$

$$\begin{aligned} 5x^2 &= 45 \\ x^2 &= 9 \\ x &= \pm 3 \end{aligned}$$

Ans.  $x = \pm 3$

(3)  $2x^2 + 2 = 100$

$$\begin{aligned} 2x^2 &= 98 \\ x^2 &= 49 \\ x &= \pm 7 \end{aligned}$$

Ans.  $x = \pm 7$

(4)  $2x^2 + 6 = 70$

$$\begin{aligned} 2x^2 &= 64 \\ x^2 &= 32 \\ x &= \pm\sqrt{32} = \pm 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

Ans.  $x = \pm 4\sqrt{2}$

(5)  $3x^2 + 9 = 90$

$$\begin{aligned} 3x^2 &= 81 \\ x^2 &= 27 \\ x &= \pm\sqrt{27} = \pm 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

Ans.  $x = \pm 3\sqrt{3}$

(6)  $5x^2 + 80 = 200$

$$\begin{aligned} 5x^2 &= 120 \\ x^2 &= 24 \\ x &= \pm\sqrt{24} = \pm 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

Ans.  $x = \pm 2\sqrt{6}$

# 因数分解を使った解法

## ② 因数分解を使った解法

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow (x + 2)(x + 1) = 0 \rightarrow x = -2, -1$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow (x - 2)^2 = 0 \rightarrow x = 2$$

## 因数分解

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

$$acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$$

# 因数分解を使った解法

$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ の使い方

$$x^2 + 5x + 6$$

足して5、かけて6になる2つの数字を考える

$$= x^2 + (2 + 3)x + 2 \times 3$$

$$= (x + 2)(x + 3)$$

$$x^2 - 1x - 6$$

足して-1、かけて-6になる2つの数字を考える  
→ 2つのうち1つの数は負の値

$$= x^2 + (2 - 3)x + 2 \times (-3)$$

$$= (x + 2)(x - 3)$$

# 因数分解を使った解法

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2 \text{の使い方}$$

$$x^2 + 6x + 9$$

2倍して6、2乗して9になる条件を満たす数字があれば

$$\begin{aligned} &= x^2 + 2 \times 3x + 3^2 \\ &= (x + 3)^2 \end{aligned}$$

$$x^2 - 14x + 49$$

2倍して-14、2乗して49になる条件を満たす数字があれば

$$\begin{aligned} &= x^2 + 2 \times (-7)x + (-7)^2 \\ &= (x - 7)^2 \end{aligned}$$

# 練習問題3

(1)  $x^2 + x - 6 = 0$

(2)  $x^2 - 3x + 2 = 0$

(3)  $x^2 - 13x + 42 = 0$

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

(4)  $x^2 - 2x - 15 = 0$

(5)  $x^2 - 8x - 48 = 0$

(6)  $x^2 + 3x - 108 = 0$

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

# 練習問題3 (解答)

(1)  $x^2 + x - 6 = 0$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$
$$x = -3, 2$$

Ans.  $x = -3, 2$

(2)  $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$(x - 2)(x - 1) = 0$$
$$x = 2, 1$$

Ans.  $x = 2, 1$

(3)  $x^2 - 13x + 42 = 0$

$$(x - 7)(x - 6) = 0$$
$$x = 7, 6$$

Ans.  $x = 7, 6$

(4)  $x^2 - 2x - 15 = 0$

$$(x + 3)(x - 5) = 0$$
$$x = -3, 5$$

Ans.  $x = -3, 5$

(5)  $x^2 - 8x - 48 = 0$

$$(x + 4)(x - 12) = 0$$
$$x = -4, 12$$

Ans.  $x = -4, 12$

(6)  $x^2 + 3x - 108 = 0$

$$(x + 12)(x - 9) = 0$$
$$x = -12, 9$$

Ans.  $x = -12, 9$

# 練習問題4

(1)  $(x + 7)(x + 4) = 10$

(2)  $(x + 3)(x + 1) = -1$

(3)  $(x + 9)(x + 6) = 4$

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

(4)  $(x + 4)(x - 6) = 3x$

(5)  $(x + 3)(x - 6) = 4x$

(6)  $(x + 5)(x - 9) = 8x$

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

# 練習問題4 (解答)

(1)  $(x + 7)(x + 4) = 10$

$$x^2 + 11x + 28 = 10$$

$$x^2 + 11x + 18 = 0$$

$$(x + 2)(x + 9) = 0$$

$$x = -2, -9$$

Ans.  $x = -2, -9$

(2)  $(x + 3)(x + 1) = -1$

$$x^2 + 4x + 3 = -1$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 0$$

$$x = -2$$

Ans.  $x = -2$

(3)  $(x + 9)(x + 6) = 4$

$$x^2 + 15x + 54 = 4$$

$$x^2 + 15x + 50 = 0$$

$$(x + 10)(x + 5) = 0$$

$$x = -10, -5$$

Ans.  $x = -10, -5$

(4)  $(x + 4)(x - 6) = 3x$

$$x^2 - 2x - 24 = 3x$$

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$(x + 3)(x - 8) = 0$$

$$x = -3, 8$$

Ans.  $x = -3, 8$

(5)  $(x + 3)(x - 6) = 4x$

$$x^2 - 3x - 18 = 4x$$

$$x^2 - 7x - 18 = 0$$

$$(x + 2)(x - 9) = 0$$

$$x = -2, 9$$

Ans.  $x = -2, 9$

(6)  $(x + 5)(x - 9) = 8x$

$$x^2 - 4x - 45 = 8x$$

$$x^2 - 12x - 45 = 0$$

$$(x + 3)(x - 15) = 0$$

$$x = -3, 15$$

Ans.  $x = -3, 15$

# 解の公式を使った解法

## ③ 解の公式を使った解法

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$a = 1, b = 1, c = -3$ を解の公式に代入する

$$\begin{aligned} x &= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 12}}{2} \\ &= \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \end{aligned}$$

# 練習問題5

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



(1)  $x^2 + 3x + 1 = 0$

(2)  $x^2 + 5x + 3 = 0$

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

(3)  $2x^2 - 3x - 3 = 0$

(4)  $2x^2 + 3x - 4 = 0$

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

Ans.  $x =$  \_\_\_\_\_

# 練習問題5 (解答)

$$(1) x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4}}{2}$$
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Ans.  $x = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

$$(2) x^2 + 5x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 3}}{2}$$
$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 12}}{2}$$
$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

Ans.  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$

$$(3) 2x^2 - 3x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2}$$
$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 24}}{4}$$
$$x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{4}$$

Ans.  $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{4}$

$$(4) 2x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-4)}}{2 \times 2}$$
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 32}}{4}$$
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{4}$$

Ans.  $x = \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{4}$

# 練習問題6

- (1) 連続する3つ偶数について、最も小さい数と最も大きい数の積は、真ん中の数9倍より12小さい。この3つの偶数を求めよ。
- (2) 28 cmの針金を2つに分け、それぞれで正方形をつくった。2つの正方形の面積の和が $25 \text{ cm}^2$ となった。小さい方の正方形の1辺の長さを求めよ。
- (3) ある数 $x$ を二乗してから8を加えた数と、ある数に8を加えたあと2倍した数が等しいとき、この数を求めよ。

# 練習問題6 (解説)

- (1) 連続する3つ偶数について、最も小さい数と最も大きい数の積は、真ん中の数9倍より12小さい。  
この3つの偶数を求めよ。

連続する3つの偶数を  $x - 2, x, x + 2$

$$(x - 2)(x + 2) = 9x - 12$$

$$x^2 - 4 = 9x - 12$$

$$x^2 - 9x + 12 - 4 = 0$$

$$x^2 - 9x + 8 = 0$$

$$(x - 1)(x - 8) = 0$$

$$x = 1, 8$$

$x$ は偶数なので、  
連続する3つの偶数を 6, 8, 10

# 練習問題6 (解説)

- (2) 28 cmの針金を2つに分け、それぞれで正方形をつくった。  
2つの正方形の面積の和が $25 \text{ cm}^2$ となった。小さい方の正方形の1辺の長さを求めよ。

一方の針金の長さを  $x \text{ cm}$

$$\frac{x}{4} \times \frac{x}{4} + \frac{28-x}{4} \times \frac{28-x}{4} = 25$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{(28-x)^2}{16} = 25$$

$$x^2 + (28-x)^2 = 25 \times 16$$

$$x^2 + 28^2 - 56x + x^2 = 400$$

$$2x^2 - 56x + 784 - 400 = 0$$

$$x^2 - 28x + 192 = 0$$

$$(x-12)(x-16) = 0$$

$$x = 12, 16$$

小さい方の正方形の1辺の長さ  $\frac{12}{4} = 3 \text{ cm}$

# 練習問題6 (解説)

- (3) ある数 $x$ を二乗してから8を加えた数と、ある数に8を加えたあと2倍した数が等しいとき、この数を求めよ。

$$x^2 + 8 = 2 \times (x + 8)$$

$$x^2 + 8 = 2x + 16$$

$$x^2 - 2x - 16 + 8 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$x = -2, 4$$

ご聴講ありがとうございました!!