

電験三種 オンライン講座

電気数学 第6回 連立方程式

連立方程式

2つ以上の未知数を含む方程式の組があって、各方程式の未知数が同じ値をとるとき、これらの方程式の組を連立方程式という。

連立方程式の例

$$10 = 3I_1 + 2I_2$$

$$8 = 2I_1 + I_2$$

$$10 = 3I_1 + 2I_2$$

$$V = 2I$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$V = I_2 + 2$$

× 連立方程式じゃない

$$10 = 3I_1 + 2I_2$$

$$V = 2I$$

→ 連立方程式である!!

連立方程式を解くために

(ポイント1)

未知数の数だけ式を立てる

電流 $I, I_1, I_2 \rightarrow$ 式が3つ

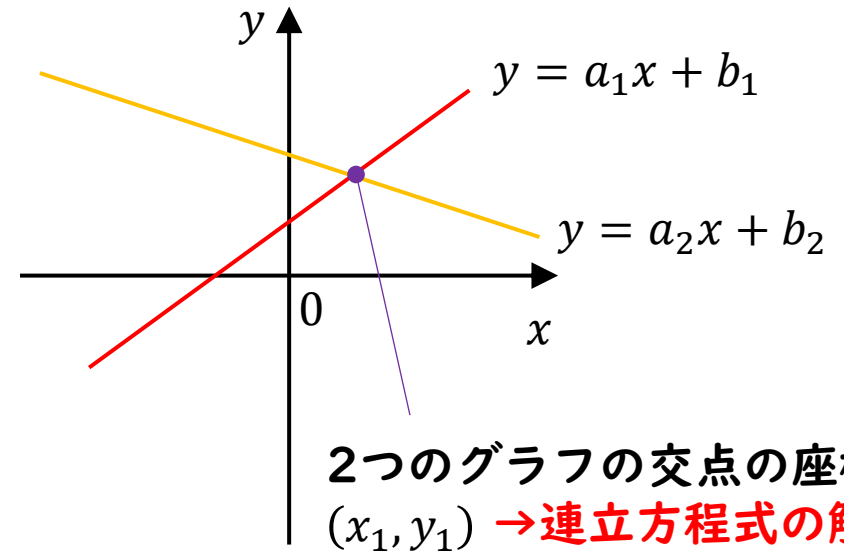
抵抗 $R_1, R_2 \rightarrow$ 式が2つ

(ポイント2)

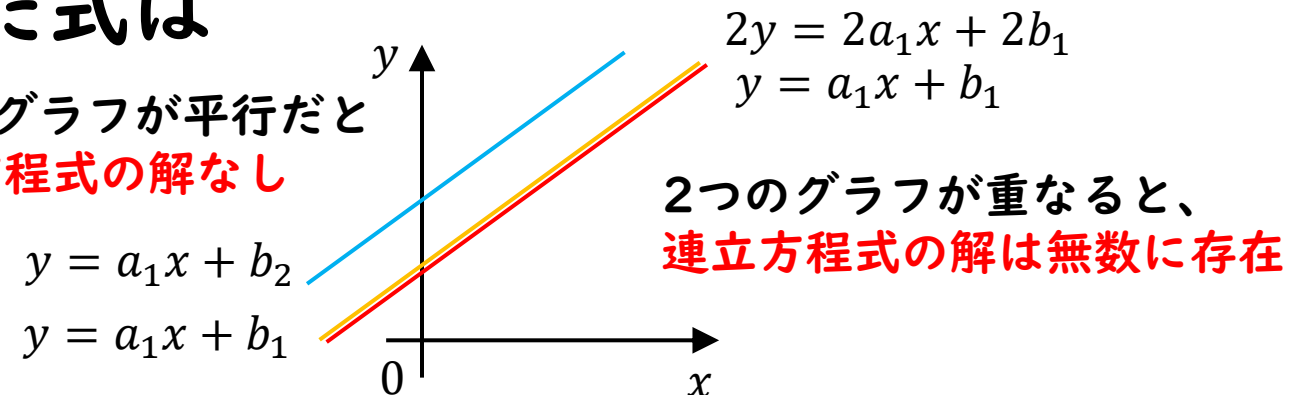
全ての定数に同じ倍率を与えた式は
同じ式として扱う

$$5 = 2I_1 + I_2 - 1$$
$$10 = 4I_1 + 2I_2 - 2$$

連立方程式を解くイメージ



2つのグラフが平行だと
連立方程式の解なし



連立方程式の計算

(代入法)

$$\begin{aligned}1 &= x + y \cdots (1) \\8 &= 2x + 3y \cdots (2)\end{aligned}$$

(1)を変形

$$y = 1 - x \cdots (1)'$$

(1)' → (2)

$$\begin{aligned}8 &= 2x + 3(1 - x) \\8 &= 2x + 3 - 3x \\3x - 2x &= 3 - 8 \\x &= -5\end{aligned}$$

x → (1)'

$$\begin{aligned}y &= 1 - (-5) \\y &= 6\end{aligned}$$

(加減法)

$$\begin{aligned}1 &= x + y \cdots (1) \\8 &= 2x + 3y \cdots (2)\end{aligned}$$

(1) × 2 - (2)

$$\begin{array}{r}2 = 2x + 2y \\-) 8 = 2x + 3y \\ \hline -6 = \quad -y \\ y = 6\end{array}$$

y → (1)

$$\begin{aligned}1 &= x + y \\1 &= x + 6 \\x &= -5\end{aligned}$$

演習 I

(1) $x - 6y = 29$ (1)
 $x = y - 1$ (2)

(2) $y = -2x$ (1)
 $x - 3y = 14$ (2)

(3) $y = x + 2$ (1)
 $x + y = 10$ (2)

(4) $6x - y = 40$ (1)
 $x = 3y + 1$ (2)

(5) $x + 2y = -12$ (1)
 $y = 2x - 1$ (2)

(6) $y = -x + 1$ (1)
 $x - y = -11$ (2)

演習 I の解答

$$(1) \begin{aligned} x - 6y &= 29 && (1) \\ x &= y - 1 && (2) \end{aligned}$$

$$(2) \begin{aligned} y &= -2x && (1) \\ x - 3y &= 14 && (2) \end{aligned}$$

$$(3) \begin{aligned} y &= x + 2 && (1) \\ x + y &= 10 && (2) \end{aligned}$$

(2) → (1)

$$\begin{aligned} y - 1 - 6y &= 29 \\ -5y &= 30 \\ y &= -6 \end{aligned}$$

y → (2)

$$\begin{aligned} x &= -6 - 1 \\ x &= -7 \end{aligned}$$

(1) → (2)

$$\begin{aligned} x - 3 \times (-2x) &= 14 \\ x + 6x &= 14 \\ 7x &= 14 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

x → (1)

$$\begin{aligned} y &= -2 \times 2 \\ y &= -4 \end{aligned}$$

(1) → (2)

$$\begin{aligned} x + x + 2 &= 10 \\ 2x &= 8 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

x → (1)

$$\begin{aligned} y &= 4 + 2 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

$$(4) \begin{aligned} 6x - y &= 40 && (1) \\ x &= 3y + 1 && (2) \end{aligned}$$

$$(5) \begin{aligned} x + 2y &= -12 && (1) \\ y &= 2x - 1 && (2) \end{aligned}$$

$$(6) \begin{aligned} y &= -x + 1 && (1) \\ x - y &= -11 && (2) \end{aligned}$$

(2) → (1)

$$\begin{aligned} 6(3y + 1) - y &= 40 \\ 18y + 6 - y &= 40 \\ 17y &= 34 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

y → (2)

$$\begin{aligned} x &= 3 \times 2 + 1 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

(2) → (1)

$$\begin{aligned} x + 2(2x - 1) &= -12 \\ x + 4x - 2 &= -12 \\ 5x &= -10 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

x → (2)

$$\begin{aligned} y &= 2 \times (-2) - 1 \\ y &= -5 \end{aligned}$$

(1) → (2)

$$\begin{aligned} x - (-x + 1) &= -11 \\ x + x - 1 &= -11 \\ 2x &= -10 \\ x &= -5 \end{aligned}$$

x → (1)

$$\begin{aligned} y &= -(-5) + 1 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

演習2

$$\begin{aligned} (1) \quad & 4x - 3y = 10 && (1) \\ & 5x + 2y = 24 && (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 3x + y = -8 && (1) \\ & x - 4y = -7 && (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & x + 5y = 27 && (1) \\ & 5x - y = -5 && (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & x - 6y = -27 && (1) \\ & 5x - 2y = -23 && (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \quad & 3x + y = 9 && (1) \\ & x + 5y = -11 && (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad & 3x - 2y = -13 && (1) \\ & 2x + y = 3 && (2) \end{aligned}$$

演習2の解答

$$\begin{aligned} (1) \quad & 4x - 3y = 10 && (1) \\ & 5x + 2y = 24 && (2) \end{aligned}$$

$$(1) \times 5 - (2) \times 4$$

$$\begin{array}{r} 20x - 15y = 50 \\ -) 20x + 8y = 96 \\ \hline 0x - 23y = -46 \\ y = 2 \end{array}$$

$$y \rightarrow (1)$$

$$\begin{aligned} 4x - 3 \times 2 &= 10 \\ 4x &= 16 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 3x + y = -8 && (1) \\ & x - 4y = -7 && (2) \end{aligned}$$

$$(1) - (2) \times 3$$

$$\begin{array}{r} 3x + y = -8 \\ -) 3x - 12y = -21 \\ \hline 0x + 13y = 13 \\ y = 1 \end{array}$$

$$y \rightarrow (1)$$

$$\begin{aligned} 3x + 1 &= -8 \\ 3x &= -9 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & x + 5y = -27 && (1) \\ & 5x - y = -5 && (2) \end{aligned}$$

$$(1) + (2) \times 5$$

$$\begin{array}{r} x + 5y = -27 \\ +) 25x - 5y = -25 \\ \hline 26x + 0y = -52 \\ x = -2 \end{array}$$

$$x \rightarrow (1)$$

$$\begin{aligned} -2 + 5y &= -27 \\ 5y &= -25 \\ y &= -5 \end{aligned}$$

演習2の解答

$$\begin{aligned} (4) \quad x - 6y &= -27 & (1) \\ 5x - 2y &= -23 & (2) \end{aligned}$$

$$(1) - (2) \times 3$$

$$\begin{array}{r} x - 6y = -27 \\ -) 15x - 6y = -69 \\ \hline -14x \quad = 42 \\ x = -3 \end{array}$$

$$x \rightarrow (1)$$

$$\begin{aligned} -3 - 6y &= -27 \\ -6y &= -24 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \quad 3x + y &= 9 & (1) \\ x + 5y &= -11 & (2) \end{aligned}$$

$$(1) \times 5 - (2)$$

$$\begin{array}{r} 15x + 5y = 45 \\ -) \quad x + 5y = -11 \\ \hline 14x + 0y = 56 \\ x = 4 \end{array}$$

$$x \rightarrow (2)$$

$$\begin{aligned} 4 + 5y &= -11 \\ 5y &= -15 \\ y &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad 3x - 2y &= -13 & (1) \\ 2x + y &= 3 & (2) \end{aligned}$$

$$(1) + (2) \times 2$$

$$\begin{array}{r} 3x - 2y = -13 \\ +) 4x + 2y = 6 \\ \hline 7x + 0y = -7 \\ x = -1 \end{array}$$

$$x \rightarrow (2)$$

$$\begin{aligned} 2 \times (-1) + y &= 3 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

演習3

$$(1) \begin{cases} \frac{3}{8}x + \frac{y}{4} = 2 & (1) \\ x - y = -3 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \frac{5}{6}x - \frac{4}{3}y = 4 & (1) \\ x - y = 6 & (2) \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} -3x + 2y = 1 & (1) \\ \frac{x}{3} - \frac{2}{5}y = -1 & (2) \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 0.3x - 0.2y = -1.8 & (1) \\ x - 2y = -10 & (2) \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} 0.4x - 0.5y = -1.2 & (1) \\ x + 2y = 10 & (2) \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} x - 4y = 9 & (1) \\ 0.3x - 0.8y = 1.1 & (2) \end{cases}$$

演習3の解答

$$(1) \begin{cases} \frac{3}{8}x + \frac{y}{4} = 2 & (1) \\ x - y = -3 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \times 8 \\ 3x + 2y = 16 \quad (1)'$$

$$(1)' + (2) \times 2 \\ \begin{array}{r} 3x + 2y = 16 \\ + \quad 2x - 2y = -6 \\ \hline 5x \quad \quad = 10 \\ x = 2 \end{array}$$

$$x \rightarrow (2) \\ \begin{array}{r} 2 - y = -3 \\ -y = -5 \\ y = 5 \end{array}$$

$$(2) \begin{cases} \frac{5}{6}x - \frac{4}{3}y = 4 & (1) \\ x - y = 6 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \times 6 \\ 5x - 8y = 24 \quad (1)'$$

$$(1)' - (2) \times 5 \\ \begin{array}{r} 5x - 8y = 24 \\ - \quad 5x - 5y = 30 \\ \hline 0x - 3y = -6 \\ y = 2 \end{array}$$

$$y \rightarrow (2) \\ \begin{array}{r} x - 2 = 6 \\ x = 8 \end{array}$$

$$(3) \begin{cases} -3x + 2y = 1 & (1) \\ \frac{x}{3} - \frac{2}{5}y = -1 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \times 15 \\ 5x - 6y = -15 \quad (2)'$$

$$(1) \times 3 + (2)' \\ \begin{array}{r} -9x + 6y = 3 \\ + \quad 5x - 6y = -15 \\ \hline -4x + 0y = -12 \\ x = 3 \end{array}$$

$$x \rightarrow (1) \\ \begin{array}{r} -3 \times 3 + 2y = 1 \\ 2y = 1 + 9 \\ y = 5 \end{array}$$

演習3の解答

$$(4) \begin{cases} 0.3x - 0.2y = -1.8 & (1) \\ x - 2y = -10 & (2) \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} 0.4x - 0.5y = -1.2 & (1) \\ x + 2y = 10 & (2) \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} x - 4y = 9 & (1) \\ 0.3x - 0.8y = 1.1 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \times 10 \\ 3x - 2y = -18 \quad (1)'$$

$$(1) \times 10 \\ 4x - 5y = -12 \quad (1)'$$

$$(2) \times 10 \\ 3x - 8y = 11 \quad (2)'$$

$$(1)' - (2) \\ \begin{array}{r} 3x - 2y = -18 \\ -) \quad x - 2y = -10 \\ \hline 2x \quad \quad = -8 \\ x = -4 \end{array}$$

$$(1)' - (2) \times 4 \\ \begin{array}{r} 4x - 5y = -12 \\ -) \quad 4x + 8y = 40 \\ \hline -13y = -52 \\ y = 4 \end{array}$$

$$(2)' - (1) \times 3 \\ \begin{array}{r} 3x - 8y = 11 \\ -) \quad 3x - 12y = 27 \\ \hline 0x + 4y = -16 \\ y = -4 \end{array}$$

$$x \rightarrow (2) \\ \begin{array}{r} -4 - 2y = -10 \\ -2y = -6 \\ y = 3 \end{array}$$

$$y \rightarrow (2) \\ \begin{array}{r} x + 2 \times 4 = 10 \\ x = 2 \end{array}$$

$$y \rightarrow (1) \\ \begin{array}{r} x - 4 \times (-4) = 9 \\ x = 9 - 16 \\ x = -7 \end{array}$$

演習4

$$(1) \frac{2x - 3y}{4} = 3 \quad (1)$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{y}{2} = 1 \quad (2)$$

$$(2) \frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 5 \quad (1)$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{x - 2y}{2} = 20 \quad (2)$$

$$(3) \frac{3x - y}{6} - \frac{2}{3}x = 1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y = 2 \quad (2)$$

演習4の解答

$$(1) \frac{2x - 3y}{4} = 3 \quad (1)$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{y}{2} = 1 \quad (2)$$

$$(1) \times 4$$

$$2x - 3y = 12 \quad (1)'$$

$$(2) \times 6$$

$$4x + 3y = 6 \quad (2)'$$

$$(1)' + (2)'$$

$$\begin{array}{r} 2x - 3y = 12 \\ +) 4x + 3y = 6 \\ \hline 6x \quad = 18 \\ x = 3 \end{array}$$

$$x \rightarrow (1)'$$

$$\begin{array}{r} 2 \times 3 - 3y = 12 \\ -3y = 12 - 6 \\ y = -2 \end{array}$$

$$(2) \frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 5 \quad (1)$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{x - 2y}{2} = 20 \quad (2)$$

$$(1) \times 12$$

$$3x - 4y = 60 \quad (1)'$$

$$(2) \times 6$$

$$\begin{array}{r} 4x + 3(x - 2y) = 120 \\ 7x - 6y = 120 \quad (2)' \end{array}$$

$$(1)' \times 3 - (2)' \times 2$$

$$\begin{array}{r} 9x - 12y = 180 \\ -) 14x - 12y = 240 \\ \hline -5x \quad = -60 \\ x = 12 \end{array}$$

$$x \rightarrow (1)'$$

$$\begin{array}{r} 3 \times 12 - 4y = 60 \\ -4y = 60 - 36 \\ y = -6 \end{array}$$

$$(3) \frac{3x - y}{6} - \frac{2}{3}x = 1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y = 2 \quad (2)$$

$$(1) \times 6$$

$$3x - y - 4x = 6$$

$$-x - y = 6 \quad (1)'$$

$$(2) \times 4$$

$$2x - 3y = 8 \quad (2)'$$

$$(1)' \times 2 + (2)'$$

$$\begin{array}{r} -2x - 2y = 12 \\ +) 2x - 3y = 8 \\ \hline 0x - 5y = 20 \\ y = -4 \end{array}$$

$$y \rightarrow (1)'$$

$$\begin{array}{r} -x - (-4) = 6 \\ -x = 6 - 4 \\ x = -2 \end{array}$$

演習5

- (1) 濃度が8%の食塩水と15%の食塩水があります。これらの食塩水を混ぜ合わせて、濃度が10%の食塩水を700gつくります。8%の食塩水と15%の食塩水がそれぞれ何g必要か求めなさい。

- (2) 兄と弟が1周4kmのランニングコースにいけます。兄は自転車で、弟はジョギングで回ります。兄弟が逆の方向に出発すると10分後に出会い、同じ方向に出発すると50分後に兄は1周してから、弟に追いつきます。このとき、兄と弟の速さはどれくらいですか？

- (3) ある仕事をするのに、Aさん1人では20日、Bさん1人では30日かかるという。この仕事をするのに、Aさん1人で何日かした後で、残りをBさん1人でしたところ、全部で22日かかった。Aさん、Bさんはそれぞれ何日仕事をしたか。

演習5の解答

- (1) 濃度が8%の食塩水と15%の食塩水があります。これらの食塩水を混ぜ合わせて、濃度が10%の食塩水を700gつくります。8%の食塩水と15%の食塩水がそれぞれ何g必要か求めなさい。

8%の食塩水 x g、15%の食塩水を y gとする

食塩水の量を表す式

$$x + y = 700 \quad (1)$$

食塩の量を表す式

$$\frac{8}{100} \times x + \frac{15}{100} \times y = \frac{10}{100} \times 700 \quad (2)$$

(2) $\times 100$

$$8x + 15y = 7000 \quad (2)'$$

$$(2)' - (1) \times 8$$

$$\begin{array}{r} 8x + 15y = 7000 \\ - \quad 8x + 8y = 5600 \\ \hline 0x + 7y = 1400 \\ y = 200 \end{array}$$

$y \rightarrow (1)$

$$\begin{array}{l} x + 200 = 700 \\ x = 500 \end{array}$$

8%の食塩水500 g
15%の食塩水を200 g

演習5の解答

- (2) 兄と弟が1周4kmのランニングコースにいけます。兄は自転車で、弟はジョギングで回ります。兄弟が逆の方向に出発すると10分後に会い、同じ方向に出発すると50分後に兄は1周してから、弟に追いつきます。このとき、兄と弟の速さはどれくらいですか？

兄の速さ x m/分、弟の速さ y m/分とする

兄弟が逆向きに進んだとき

$$10x + 10y = 4000 \quad (1)$$

兄弟が同じ向きに進んだとき

$$50x - 50y = 4000 \quad (2)$$

$$(1) \div 10 \\ x + y = 400 \quad (1)'$$

$$(2) \div 50 \\ x - y = 80 \quad (2)'$$

$$(1)' + (2)'$$

$$\begin{array}{r} x + y = 400 \\ + \quad x - y = 80 \\ \hline 2x + 0y = 480 \\ x = 240 \end{array}$$

$$x \rightarrow (1)'$$

$$\begin{array}{r} 240 + y = 400 \\ y = 160 \end{array}$$

兄の速さ240 m/分
弟の速さ160 m/分

演習5の解答

- (3) ある仕事をするのに、Aさん1人では20日、Bさん1人では30日かかるという。この仕事をするのに、Aさん1人で何日かした後で、残りをBさん1人でしたところ、全部で22日かかった。Aさん、Bさんはそれぞれ何日仕事をしたか。

Aさんは x 日仕事をした、Bさんは y 日仕事をしたとする

2人で行った仕事の日数

$$x + y = 22 \quad (1)$$

仕事の総量を1としたときの仕事の割合

$$\frac{1}{20} \times x + \frac{1}{30} \times y = 1 \quad (2)$$

$$(2) \times 60$$
$$3x + 2y = 60 \quad (2)'$$

$$(1) \times 2 - (2)'$$

$$\begin{array}{r} 2x + 2y = 44 \\ -) 3x + 2y = 60 \\ \hline -x + 0y = -16 \\ x = 16 \end{array}$$

$$x \rightarrow (1)$$

$$\begin{array}{r} 16 + y = 22 \\ y = 6 \end{array}$$

Aさんは16日仕事をした
Bさんは6日仕事をした



ご聴講ありがとうございました!!