e-DEN【イーデン】 × 電験どうでしょう Let me inject Energy to you!

電験三種　オンライン講座

電気数学　第5回
式の展開、因数分解

2024.05.12 Sun

式の展開

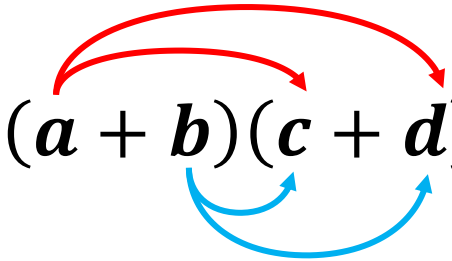
$$a(b+c)=ab+ac$$

$2(x+3)=2\times x+2\times 3=2x+6$

$5(3a+b)=15a+5b$

$\dfrac{2x+6}{4}=\dfrac{1}{4}(2x+6)=\dfrac{1}{4}\times 2x+\dfrac{1}{4}\times 6=\dfrac{x}{2}+\dfrac{3}{2}$

$\dfrac{3x^2+2x}{x}=\dfrac{3x^2}{x}+\dfrac{2x}{x}=3x+2$



$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

$(3a+2)(b+4)=3a\times b+3a\times 4+2\times b+2\times 4$
$=3ab+12a+2b+8$

$(a^2+2b)(b+4)=a^2b+4a^2+2b^2+8b$

$(x^2+2y)(x+3y)=x^3+3x^2y+2xy+6y^2$

演習１

各問の式を展開せよ

(1) $(a+2)(b+2)$　(2) $(a+3)(b-3)$　(3) $(x-2)(y-4)$　(4) $(a-4)(a-7)$

(5) $(2a+4)(3a+2)$　(6) $(3x-1)(5x+3)$　(7) $(x-2y)(x+3y)$　(8) $(3x-y)(x-5y)$

演習1の解答

各問の式を展開せよ

(1) $(a+2)(b+2)$

$= ab + 2a + 2b + 4$

(2) $(a+3)(b-3)$

$= ab - 3a + 3b - 9$

(3) $(x-2)(y-4)$

$= xy - 4x - 2y + 8$

(4) $(a-4)(a-7)$

$= a^2 - 7a - 4a + 28$
$= a^2 - 11a + 28$

(5) $(2a+4)(3a+2)$

$= 6a^2 + 4a + 12a + 8$
$= 6a^2 + 16a + 8$

(6) $(3x-1)(5x+3)$

$= 15x^2 + 9x - 5x - 3$
$= 15x^2 + 4x - 3$

(7) $(x-2y)(x+3y)$

$= x^2 + 3xy - 2xy - 6y^2$
$= x^2 + xy - 6y^2$

(8) $(3x-y)(x-5y)$

$= 3x^2 - 15xy - xy + 5y^2$
$= 3x^2 - 16xy + 5y^2$

式の展開(x^2を含む)

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

$$(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$$

$$(x+a)(x-a)=x^2-a^2$$

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

演習2

各問の式を展開せよ

(1) $(x-3)(x+8)$　(2) $(x+3)(x-9)$　(3) $(x+9)^2$　(4) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

(5) $(x-11)^2$　(6) $(-6+x)^2$　(7) $(x+12)(x-12)$　(8) $(-x-5)(-x+5)$

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

$$(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$$

$$(x+a)(x-a)=x^2-a^2$$

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

演習2の解答

各問の式を展開せよ

(1) $(x-3)(x+8)$

$= x^2 + 5x - 24$

(2) $(x+3)(x-9)$

$= x^2 - 6x - 27$

(3) $(x+9)^2$

$= x^2 + 18x + 81$

(4) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

$= x^2 + 2 \times \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= x^2 + x + \frac{1}{4}$

(5) $(x-11)^2$

$= x^2 - 22x + 121$

(6) $(-6+x)^2$

$= (-6)^2 + 2 \times (-6)x + x^2$

$= 36 - 12x + x^2$

(7) $(x+12)(x-12)$

$= x^2 - 144$

(8) $(-x-5)(-x+5)$

$= (-x)^2 - 25$

$= x^2 - 25$

演習３

各問の式を展開せよ

(1) $(x-8y)(x-4y)$

(2) $(x+2y+1)(x+2y+3)$

(3) $(x+2)(x-2)-(x-7)(x-3)$

(4) $(x+2)^2+(x+1)(x-5)$

(5) $(x+2)(x+3)-(x+1)^2$

(6) $(x-9)(x+2)+(x+1)(x+4)$

演習3の解答

各問の式を展開せよ

(1) $(x-8y)(x-4y)$

$= x^2 - 12xy + 32y^2$

(2) $(x+2y+1)(x+2y+3)$

$= (x+2y)^2 + 4(x+2y) + 3$
$= x^2 + 4xy + 4y^2 + 4x + 8y + 3$

(3) $(x+2)(x-2) - (x-7)(x-3)$

$= x^2 - 4 - (x^2 - 10x + 21)$
$= x^2 - 4 - x^2 + 10x - 21$
$= 10x - 25$

(4) $(x+2)^2 + (x+1)(x-5)$

$= x^2 + 4x + 4 + x^2 - 4x - 5$
$= 2x^2 - 1$

(5) $(x+2)(x+3) - (x+1)^2$

$= x^2 + 5x + 6 - (x^2 + 2x + 1)$
$= x^2 + 5x + 6 - x^2 - 2x - 1$
$= 3x + 5$

(6) $(x-9)(x+2) + (x+1)(x+4)$

$= x^2 - 7x - 18 + x^2 + 5x + 4$
$= 2x^2 - 2x - 14$

演習4

各問の式を展開せよ

(1) $(1+2a-3b)(1-2a+3b)$

(2) $(a-b+c-d)(a+b+c-d)$

(3) $(x+y-z)(x-y-z)-(x+y+z)(x-y+z)$

(4) $(x-2)^2(x+2)^2(x^2+4)^2$

演習4の解答

各問の式を展開せよ

(1) $(1+2a-3b)(1-2a+3b)$

$=\{1+(2a-3b)\}\{1-(2a-3b)\}$
$=1-(2a-3b)^2$
$=1-(4a^2-12ab+9b^2)$
$=1-4a^2+12ab-9b^2$

(2) $(a-b+c-d)(a+b+c-d)$

$=\{(a+c-d)-b\}\{(a+c-d)+b\}$
$=(a+c-d)^2-b^2$
$=(a+c)^2-2(a+c)d+d^2-b^2$
$=a^2+2ac+c^2-2ad-2cd+d^2-b^2$
$=a^2-b^2+c^2+d^2+2ac-2ad-2cd$

(3) $(x+y-z)(x-y-z)-(x+y+z)(x-y+z)$

$=\{(x-z)+y\}\{(x-z)-y\}-\{(x+z)+y\}\{(x+z)-y\}$
$=(x-z)^2-y^2-\{(x+z)^2-y^2\}$
$=(x-z)^2-y^2-(x+z)^2+y^2$
$=x^2-2xz+z^2-(x^2+2xz+z^2)$
$=x^2-2xz+z^2-x^2-2xz-z^2=-4xz$

(4) $(x-2)^2(x+2)^2(x^2+4)^2$

$=\{(x-2)(x+2)(x^2+4)\}^2$
$=\{(x^2-4)(x^2+4)\}^2=\{(x^2)^2-16\}^2$
$=\{x^4-16\}^2=(x^4)^2-32x^4+(-16)^2$
$=x^8-32x^4+256$

式の変形（x^2の因数分解）

因数分解

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$$

$$x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$$

$$acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$$

例題1

$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$を使う問題

x^2+5x+6

足して5、かけて6になる2つの数字を考える

$=x^2+(2+3)x+2\times3$

$=(x+2)(x+3)$

x^2-1x-6

足して-1、かけて-6になる2つの数字を考える
→2つのうち1つの数は負の値

$=x^2+(2-3)x+2\times(-3)$

$=(x+2)(x-3)$

例題2

$x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$を使う問題

x^2+6x+9

2倍して6、2乗して9になる条件を満たす数字があれば

$=x^2+2\times 3x+3^2$

$=(x+3)^2$

$x^2-14x+49$

2倍して-14、2乗して49になる条件を満たす数字があれば

$=x^2+2\times(-7)x+(-7)^2$

$=(x-7)^2$

例題3

$x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$を使う問題

$x^2 - 4$

xの項がなく、定数の項の符号がマイナス

$= x^2 - 2^2$

$= (x + 2)(x - 2)$

$x^2 - 3$

定数の項の数は二乗の数字じゃなくてもよい

$= x^2 - \sqrt{3}^2$

$= (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

例題4

$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$を使う問題

$6x^2+13x+6$

x^2の項の係数が1ではない場合、たすき掛けを行う

$6x^2+13x+6$

a 3　　2 b → 4

c 2　　3 d → 9

$=(3x+2)(2x+3)$

$6x^2-5x-6$

係数が負の値でも成り立つ

$6x^2-5x-6$

a 3　　2 b → 4

c 2　　-3 d → -9

$=(3x+2)(2x-3)$

演習5

各問の式を展開せよ

(1) $x^2+9x+18$　(2) x^2-x-56　(3) $x^2+18x+81$　(4) $x^2-26x+169$

(5) x^2-225　(6) x^2-12　(7) $3x^2+17x+10$　(8) $21x^2+4x-12$

演習5の解答

各問の式を展開せよ

(1) $x^2+9x+18$

$=x^2+(6+3)x+6\times 3$
$=(x+6)(x+3)$

(2) x^2-x-56

$=x^2+(7-8)x+7\times(-8)$
$=(x+7)(x-8)$

(3) $x^2+18x+81$

$=x^2+2\times 9x+9^2$
$=(x+9)^2$

(4) $x^2-26x+169$

$=x^2+2\times(-13)x+(-13)^2$
$=(x-13)^2$

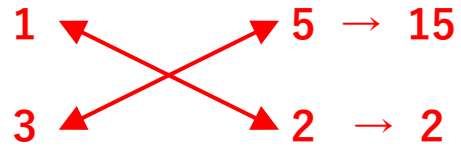
(5) x^2-225

$=x^2-15^2$
$=(x+15)(x-15)$

(6) x^2-12

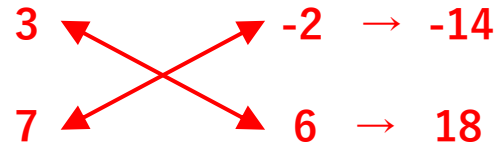
$=x^2-\sqrt{12}^2$
$=x^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2$
$=\left(x+2\sqrt{3}\right)\left(x-2\sqrt{3}\right)$

(7) $3x^2+17x+10$



$=(x+5)(3x+2)$

(8) $21x^2+4x-12$



$=(3x-2)(7x+6)$

演習6

各問の式を展開せよ

(1) $16x^2 + 1 - 4y^2 + 8x$

(2) $(ab)^2 + 4 - 4a^2 - b^2$

(3) $x^2y + 1 - x^2 - y$

(4) $a^3b - ab + a^2b - b$

(5) $\frac{a^2}{3} - 2a + 3$

(6) $9y^2 - 9x^2 - 6y + 1$

演習6の解答

各問の式を展開せよ

(1) $16x^2+1-4y^2+8x$

$=16x^2+8x+1-4y^2$
$=(4x+1)^2-(2y)^2$
$=(4x+1+2y)(4x+1-2y)$

(2) $(ab)^2+4-4a^2-b^2$

$=a^2b^2+4-4a^2-b^2$
$=a^2b^2-4a^2-b^2+4$
$=a^2(b^2-4)-(b^2-4)$
$=(a^2-1)(b^2-4)$
$=(a+1)(a-1)(b+2)(b-2)$

(3) x^2y+1-x^2-y

$=x^2y-x^2+1-y$
$=x^2(y-1)-(y-1)$
$=(x^2-1)(y-1)$
$=(x+1)(x-1)(y-1)$

(4) $a^3b-ab+a^2b-b$

$=ab(a^2-1)+b(a^2-1)$
$=(ab+b)(a^2-1)$
$=b(a+1)(a+1)(a-1)$
$=b(a+1)^2(a-1)$

(5) $\frac{a^2}{3}-2a+3$

$=\frac{1}{3}(a^2-6a+9)$
$=\frac{1}{3}(a-3)^2$

(6) $9y^2-9x^2-6y+1$

$=9y^2-6y+1-9x^2$
$=(-3y+1)^2-(3x)^2$
$=(-3y+1+3x)(-3y+1-3x)$

演習7

各問の式を展開せよ

(1) $(2x-1)(x+4)-(x-6)(x-2)$

(2) $(x^2-x)^2-8(x^2-x)+12$

(3) $x^2-xy+2x-3(y+1)$

(4) $x(x+2y-6)+(y-3)^2$

演習7の解答

各問の式を展開せよ

(1) $(2x-1)(x+4)-(x-6)(x-2)$

$=2x^2+7x-4-(x^2-8x+12)$
$=2x^2+7x-4-x^2+8x-12$
$=x^2+15x-16$
$=(x+16)(x-1)$

(2) $(x^2-x)^2-8(x^2-x)+12$

$=\{(x^2-x)-6\}\{(x^2-x)-2\}$
$=(x^2-x-6)(x^2-x-2)$
$=(x-3)(x+2)(x-2)(x+1)$

(3) $x^2-xy+2x-3(y+1)$

$=x^2-xy+2x-3y-3$
$=x^2+2x-3-xy-3y$
$=(x+3)(x-1)-y(x+3)$
$=(x+3)(x-1-y)$

(4) $x(x+2y-6)+(y-3)^2$

$=x^2+2xy-6x+y^2-6y+9$
$=x^2-6x+9+2xy+y^2-6y$
$=x^2+2xy+y^2-6x-6y+9$
$=(x+y)^2-6(x+y)+9$
$=\{(x+y)-3\}^2$
$=(x+y-3)^2$

ご聴講ありがとうございました!!