電験三種　オンライン講座

電気数学　第2回
累乗と平方根

2024.04.14 Sun

累乗

累乗：同じ数を何回か掛け合わせること

$2 \times 2 = 4$ → $2 \times 2 = 2^2$ (2の2乗)

$3 \times 3 \times 3 = 27$ → $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ (3の3乗)

$0.4 \times 0.4 = 0.16$ → $0.4 \times 0.4 = 0.4^2$ (0.4の2乗)

$(-5) \times (-5) = 25$ → $(-5) \times (-5) = (-5)^2$ (-5の2乗)

a^m ←ある数の肩にのっている数を"指数"という
指数がかける回数を表す

$$a^m = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{m\text{個}}$$

＜累乗の数a^mの特徴＞

1．aが1より大きいと、指数が増えると値が大きくなる

$2^2 = 2 \times 2 = 4$　　$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$　　$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

2．aが1より小さいと、指数が増えると値が小さくなる（0に近づく）

$0.1^2 = 0.1 \times 0.1 = 0.01$　　$0.1^3 = 0.1 \times 0.1 \times 0.1 = 0.001$　　$0.1^4 = 0.1 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.1 = 0.0001$

3．aが負の数だと、指数が奇数のときは"負の数"、偶数のときは"正の数"となる

$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$　　$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$

演習Ⅰ

次の計算を行え

(1) 2^6

(2) 3^4

(3) $(-1)^{25}$

(4) $(-11)^2$

(5) -13^2

(6) $\dfrac{4^2}{6^3}$

(7) $\dfrac{(-3)^3}{(-12)^2}$

(8) $\dfrac{15^3}{9^4}$

演習1の解答

次の計算を行え

(1) 2^6

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
$= 2^3 \times 2^3$
$= 8 \times 8 = 64$

(2) 3^4

$= 3 \times 3 \times 3 \times 3$
$= 3^2 \times 3^2$
$= 9 \times 9 = 81$

(3) $(-1)^{25}$

$= -1$

(4) $(-11)^2$

$= (-11) \times (-11)$
$= 121$

(5) -13^2

$= -(13 \times 13)$
$= -169$

(6) $\dfrac{4^2}{6^3}$

$= \dfrac{4 \times 4}{6 \times 6 \times 6} = \dfrac{1 \times 2}{3 \times 3 \times 3}$
$= \dfrac{2}{27}$

(7) $\dfrac{(-3)^3}{(-12)^2}$

$= -\dfrac{3 \times 3 \times 3}{12 \times 12} = -\dfrac{1 \times 1 \times 3}{4 \times 4}$
$= -\dfrac{3}{16}$

(8) $\dfrac{15^3}{9^4}$

$= \dfrac{15 \times 15 \times 15}{9 \times 9 \times 9 \times 9}$
$= \dfrac{5 \times 5 \times 5}{1 \times 3 \times 9 \times 9}$
$= \dfrac{125}{243}$

指数の特徴と演算

$a^0 = 1$ と考えることにする

$$2^4 \times 2^2 = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2) = 16 \times 4 = 64 = 2^6 \longrightarrow 2^4 \times 2^2 = 2^{4+2} = 2^6$$

$$2^4 \times \frac{1}{2^2} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 4 = 2^2 \longrightarrow 2^4 \times \frac{1}{2^2} = 2^4 \times 2^{-2} = 2^{4-2} = 2^2$$

$$2^3 \times \frac{1}{2^3} = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 1 = 2^0 \longrightarrow 2^3 \times \frac{1}{2^3} = 2^3 \times 2^{-3} = 2^{3-3} = 2^0$$

$a > 0$のとき

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \qquad \frac{1}{a^m} = a^{-m} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

演習2

次の計算を行え

(1) $2^2 \times 2^4$

(2) $6^2 \times 3^2$

(3) 10^{-3}

(4) 0.5^2

(5) 0.25^{-2}

(6) $2^8 \times \frac{1}{2^3}$

(7) $\frac{12^3}{64}$

(8) $\frac{36 \times 4^3}{16^2}$

演習2の解答

e-DEN【イーデン】 × 電験どうでしょう Let me inject Energy to you!

次の計算を行え

(1) $2^2 \times 2^4$

$= 2^6$
$= 2^3 \times 2^3$
$= 8 \times 8 = 64$

(2) $6^2 \times 3^2$

$= 6 \times 6 \times 3^2$
$= 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 3^2$
$= 2^2 \times 3^2 \times 3^2 = 4 \times 9 \times 9$
$= 4 \times 81 = 324$

(3) 10^{-3}

$$= \frac{1}{10^3}$$
$$= \frac{1}{1000} = 0.001$$

(4) 0.5^2

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$
$= 0.25$

(5) 0.25^{-2}

$$= \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{4^2}}$$
$= 4^2 = 16$

(6) $2^8 \times \frac{1}{2^3}$

$$= \frac{2^8}{2^3} = 2^{8-3} = 2^5$$
$= 32$

(7) $\frac{12^3}{64}$

$$= \frac{12 \times 12 \times 12}{2^6}$$
$$= \frac{3 \times 2^2 \times 3 \times 2^2 \times 3 \times 2^2}{2^6}$$
$$= \frac{3^3 \times 2^6}{2^6} = 3^3 = 27$$

(8) $\frac{36 \times 4^3}{16^2}$

$$= \frac{6 \times 6 \times 4 \times 4 \times 4}{16 \times 16}$$
$$= \frac{2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2}{2^4 \times 2^4}$$
$$= \frac{3^2 \times 2^8}{2^8} = 3^2 = 9$$

指数を用いた数の表現

極端に大きい数や小さい数は

$100,000,000 \rightarrow 1.0 \times 10^{8}$

$0.000000004 \rightarrow 4.0 \times 10^{-9}$

指数が“ゼロの数”を表す

その大きさが分かりにくい　　指数表記

＜電験で登場する指数表記＞

1粒の電子がもつ電気量	$-e = -1.602 \times 10^{-19}$ C
真空の誘電率	$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m
真空の透磁率	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m
光の速度	$c = 3.0 \times 10^{8}$ m/s
1mol	$1 \text{ mol} = 6.02 \times 10^{23}$

$10^{3} \rightarrow 1$ k（キロ）

$10^{6} \rightarrow 1$ M（メガ）

$10^{9} \rightarrow 1$ G（ギガ）

（各 $\times 1000$）

$10^{-3} \rightarrow 1$ m（ミリ）

$10^{-6} \rightarrow 1$ μ（マイクロ）

$10^{-9} \rightarrow 1$ n（ナノ）

（各 $\times \frac{1}{1000}$）

演習3

e-DEN【イーデン】 × 電験どうでしょう Let me inject Energy to you!

次の計算を行い、指数表記で示せ。

(1) $6 \times 50 \times 100 \times 10^{-9} \times 10000$

(2) $\dfrac{500 \times 10^{3}}{6000} \times 0.2$

(3) $200 \times 400 \times 24 \div 10^{3}$

(4) $\dfrac{500000 \times 3600}{100 \times 10^{3} \times 40000} \times 100$

(5) $\dfrac{5 \times 10^{-3} \times 0.1 \times 10^{-2} \times (3 \times 10^{8})^{2} \times 0.3}{3600}$

演習3の解答

次の計算を行い、指数表記で示せ。

(1) $6 \times 50 \times 100 \times 10^{-9} \times 10000$

$$= 6 \times 5 \times 10^{1} \times 10^{2} \times 10^{-9} \times 10^{4}$$
$$= 30 \times 10^{1+2-9+4}$$
$$= 3 \times 10 \times 10^{-2} = 3 \times 10^{-1}$$

(2) $\dfrac{500 \times 10^{3}}{6000} \times 0.2$

$$= 5 \times 10^{2} \times 10^{3} \times 2 \times 10^{-1} \times \frac{1}{6} \times 10^{-3}$$
$$= \frac{10}{6} \times 10^{2+3-1-3}$$
$$= \frac{5}{3} \times 10^{1} = 1.67 \times 10^{1}$$

(3) $200 \times 400 \times 24 \div 10^{3}$

$$= 2 \times 10^{2} \times 4 \times 10^{2} \times 24 \times 10^{-3}$$
$$= 192 \times 10^{2+2-3}$$
$$= 192 \times 10^{1} = 1.92 \times 10^{3}$$

(4) $\dfrac{500000 \times 3600}{100 \times 10^{3} \times 40000} \times 100$

$$= \frac{5 \times 10^{5} \times 36 \times 10^{2}}{10^{2} \times 10^{3} \times 4 \times 10^{4}} \times 10^{2}$$
$$= \frac{5 \times 36}{4} \times \frac{10^{5+2+2}}{10^{2+3+4}} = 45 \times \frac{10^{9}}{10^{9}} = 4.5 \times 10^{1}$$

(5) $\dfrac{5 \times 10^{-3} \times 0.1 \times 10^{-2} \times (3 \times 10^{8})^{2} \times 0.3}{3600}$

$$= \frac{5 \times 10^{-3} \times 1 \times 10^{-1} \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{8} \times 3 \times 10^{8} \times 3 \times 10^{-1}}{36 \times 10^{2}}$$
$$= \frac{5 \times 3 \times 3 \times 3}{36} \times \frac{10^{-3-1-2+8+8-1}}{10^{2}} = \frac{5 \times 3}{4} \times \frac{10^{9}}{10^{2}} = 3.75 \times 10^{7}$$

平方根

1,4,9,16,25,36という数は整数を2乗した数である

$1\times1=1$　　$3\times3=9$　　$5\times5=25$

$2\times2=4$　　$4\times4=16$　　$6\times6=36$

2,3,5,6,7という数を“何かの2乗”で表現できないか　→平方根

$$\sqrt{a}$$

←根号、ルート

$$\sqrt{a}\times\sqrt{a}=a$$

+2の平方根とは「2乗して+2になる数」　→ $+\sqrt{2},\ -\sqrt{2}$

$\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$　　$(-\sqrt{2})\times(-\sqrt{2})=2$

$\sqrt{2}=1.414213\cdots$

$\sqrt{3}=1.732050\cdots$

無限に続く小数
“無理数”

−2の平方根？　「2乗して−2になる数」→ 2乗して負の数になる実数は存在しない

$\sqrt{-2}$　→このような実数は存在しない。虚数という扱いになる

平方根の計算

e-DEN【イーデン】 × 電験どうでしょう Let me inject Energy to you!

$$\sqrt{a}\times\sqrt{a}=\sqrt{a^2}=a$$

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$$

$$\sqrt{a^2b}=\sqrt{a^2}\times\sqrt{b}=a\sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\times\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{b^2}}=\frac{\sqrt{ab}}{b}$$

$$b\sqrt{a}+c\sqrt{a}=(b+c)\sqrt{a}$$

$$b\sqrt{a}-c\sqrt{a}=(b-c)\sqrt{a}$$

$$\sqrt{8}=\sqrt{2\times2\times2}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{12}=\sqrt{2\times2\times3}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{72}=\sqrt{6\times6\times2}=\sqrt{6^2}\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$$

根号の中の数はできるだけ簡単な数にするのが暗黙のルール

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2\times3}}{\sqrt{3^2}}=\frac{\sqrt{2\times3}}{3}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

分母は実数にするのが暗黙のルール
“分母の有理化”という

演習4

根号の中をできるだけ簡単にせよ

(1)　$\sqrt{27}$

(2)　$\sqrt{150}$

(3)　$\sqrt{1000}$

(4)　$\sqrt{0.01}$

(5)　$\sqrt{2} \times \sqrt{6}$

(6)　$\sqrt{32} \times 2\sqrt{8}$

(7)　$\sqrt{2} + 3\sqrt{8} - \sqrt{50}$

(8)　$\sqrt{125} + \sqrt{150} - 10\sqrt{5}$

演習4の解答

根号の中をできるだけ簡単にせよ

(1) $\sqrt{27}$

$= \sqrt{3 \times 3 \times 3}$
$= \sqrt{3^2} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{150}$

$= \sqrt{5 \times 5 \times 6}$
$= \sqrt{5^2} \times \sqrt{6} = 5\sqrt{6}$

(3) $\sqrt{1000}$

$= \sqrt{10 \times 10 \times 10}$
$= \sqrt{10^2} \times \sqrt{10} = 10\sqrt{10}$

(4) $\sqrt{0.01}$

$= \sqrt{0.1 \times 0.1}$
$= \sqrt{0.1^2} = 0.1$

(5) $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$

$= \sqrt{2 \times 2 \times 3}$
$= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

(6) $\sqrt{32} \times 2\sqrt{8}$

$= 2\sqrt{16 \times 2 \times 4 \times 2}$
$= 2\sqrt{4^2 \times 4^2}$
$= 2 \times 4 \times 4 = 32$

(7) $\sqrt{2} + 3\sqrt{8} - \sqrt{50}$

$= \sqrt{2} + 3\sqrt{4 \times 2} - \sqrt{25 \times 2}$
$= \sqrt{2} + 3\sqrt{2^2 \times 2} - \sqrt{5^2 \times 2}$
$= \sqrt{2} + 3 \times 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$
$= (1 + 6 - 5)\sqrt{2}$
$= 2\sqrt{2}$

(8) $\sqrt{125} + \sqrt{150} - 10\sqrt{5}$

$= \sqrt{25 \times 5} + \sqrt{25 \times 6} - 10\sqrt{5}$
$= 5\sqrt{5} + 5\sqrt{6} - 10\sqrt{5}$
$= 5\sqrt{6} - 5\sqrt{5}$

演習5

次の数の分母を有理化せよ

(1) $\dfrac{5}{\sqrt{2}}$　(2) $\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$　(3) $\dfrac{2\sqrt{21}}{\sqrt{14}}$　(4) $\dfrac{5\sqrt{6}}{\sqrt{75}}$

(5) $\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{7}}$　(6) $\dfrac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}$　(7) $\dfrac{5}{\sqrt{28}}$　(8) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{15}}$

演習5の解答

次の数の分母を有理化せよ

(1) $\dfrac{5}{\sqrt{2}}$

$$= \frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

(2) $\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

$$= \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{10}}{5}$$

$$= \sqrt{10}$$

(3) $\dfrac{2\sqrt{21}}{\sqrt{14}}$

$$= \frac{2\sqrt{21}}{\sqrt{14}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{2}$$

$$= \sqrt{6}$$

(4) $\dfrac{5\sqrt{6}}{\sqrt{75}}$

$$= \frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{25 \times 3}} = \frac{5\sqrt{6}}{5\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{2}$$

(5) $\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{7}}$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{14}}{14}$$

(6) $\dfrac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}$

$$= \frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{10}$$

(7) $\dfrac{5}{\sqrt{28}}$

$$= \frac{5}{\sqrt{4 \times 7}} = \frac{5}{2\sqrt{7}}$$

$$= \frac{5}{2\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{14}$$

(8) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{15}}$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{15}} \times \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}} = \frac{3\sqrt{30}}{30}$$

$$= \frac{\sqrt{30}}{10}$$

ご聴講ありがとうございました!!