講義中の注意

〇講義中は、参加者のマイク・カメラの機能はミュート状態になります。

〇進行はスタッフ及び講師が行いますので、指示に従ってください。

〇質疑応答の時間は、参加者のマイクをオンにして質問を受け付けることもあります。希望される方は「チャット欄」で申し出てください。

電験二種二次対策 オンライン講座

第5回
ラウス・フルビッツの安定判別法

2021.10.16 Sat

制御対象の安定判別法

e-DEN【イーデン】 × 電験どうでしょう

制御理論は制御対象がどのくらい安定かを知るために用いられる。

	分かりやすさ	情報量	計算の手間
○時間領域 ・過渡応答（前々回の講義）	易	少	難
○周波数領域 ・ボード線図（前回の講義）	易	多	難
・ナイキスト線図（前回の講義）		多	
・ラウス・フルビッツの安定判別法（今回の講義）	難	少	易

ラプラス変換と安定判別法

$$G(s)=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}$$

分母を因数分解

$$G(s)=A_0\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{(s+x_n)(s+x_{n-1})\ldots(s+x_0)}$$

部分分数分解

$$G(s)=\frac{y_n}{s+x_n}+\frac{y_{n-1}}{s+x_{n-1}}+\cdots+\frac{y_1}{s+x_1}+\frac{y_0}{s+x_0}$$

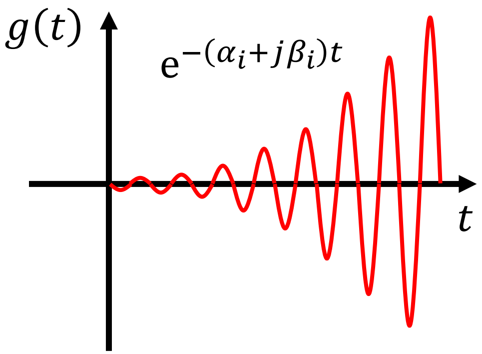
$\mathcal{L}^{-1}$ 逆ラプラス変換

$$g(t)=y_n\mathrm{e}^{-x_n t}+y_{n-1}\mathrm{e}^{-x_{n-1}t}+\cdots+y_1\mathrm{e}^{-x_1 t}+y_0\mathrm{e}^{-x_0 t}$$

$$g(t)=y_n\mathrm{e}^{-(\alpha_n+j\beta_n)t}+y_{n-1}\mathrm{e}^{-(\alpha_{n-1}+j\beta_{n-1})t}+\cdots+y_1\mathrm{e}^{-(\alpha_1+j\beta_1)t}+y_0\mathrm{e}^{-(\alpha_0+j\beta_0)t}$$

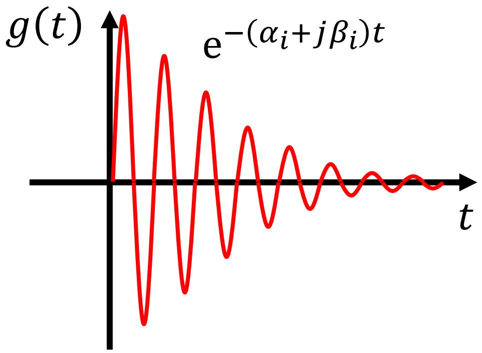
$a_i>0$ →発散

不安定な制御



$a_i<0$ →収束

安定な制御



ラプラス変換と安定判別法

$$G(s)=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}$$

ナイキストによる安定判別

因数分解

$$G(s)=A_0\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{(s+x_n)(s+x_{n-1})\ldots(s+x_0)}=A_0B_0\frac{(s+v_m)(s+v_{m-1})\ldots(s+v_0)}{(s+x_n)(s+x_{n-1})\ldots(s+x_0)}$$

部分分数分解

ボード線図による安定判別

$$G(s)=\frac{y_n}{s+x_n}+\frac{y_{n-1}}{s+x_{n-1}}+\cdots+\frac{y_1}{s+x_1}+\frac{y_0}{s+x_0}$$

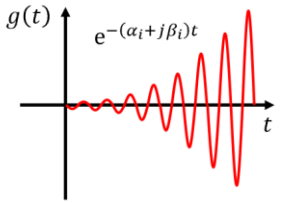
過渡応答による安定判別

$\mathcal{L}^{-1}$ 逆ラプラス変換

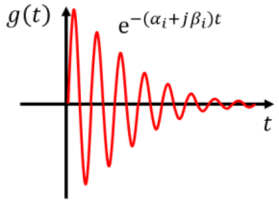
$$g(t)=y_n\mathrm{e}^{-x_n t}+y_{n-1}\mathrm{e}^{-x_{n-1}t}+\cdots+y_1\mathrm{e}^{-x_1 t}+y_0\mathrm{e}^{-x_0 t}$$

$$g(t)=y_n\mathrm{e}^{-(\alpha_n+j\beta_n)t}+y_{n-1}\mathrm{e}^{-(\alpha_{n-1}+j\beta_{n-1})t}+\cdots+y_1\mathrm{e}^{-(\alpha_1+j\beta_1)t}+y_0\mathrm{e}^{-(\alpha_0+j\beta_0)t}$$

$\alpha_i>0$ →発散
不安定な制御



$\alpha_i<0$ →収束
安定な制御



ラウス・フルビッツ安定判別法

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$$

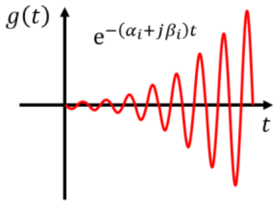
ナイキストによる安定判別

ナイキスト軌跡を描くのが大変
（コンピュータによる解析的な処理が必要）

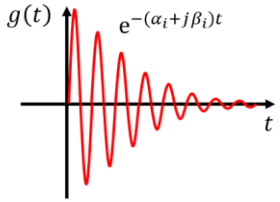
$$g(t) = y_n \mathrm{e}^{-(\alpha_n + j\beta_n)t} + y_{n-1} \mathrm{e}^{-(\alpha_{n-1} + j\beta_{n-1})t} + \cdots + y_1 \mathrm{e}^{-(\alpha_1 + j\beta_1)t} + y_0 \mathrm{e}^{-(\alpha_0 + j\beta_0)t}$$

$G(s)$の分母の因数分解でほぼ決着はついている

$a_i > 0$ →発散
不安定な制御



$a_i < 0$ →収束
安定な制御

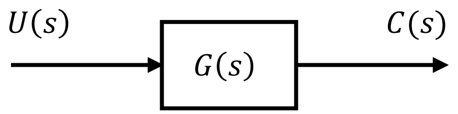


$G(s)$の分母を特性方程式 $a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0 = 0$
と定義して安定判別を行う

→ラウス・フルビッツの安定判別法

ラウスの安定判別法

$$G(s)=\frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}$$



特性方程式

$$a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0=0$$

ラウス表

s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	$\cdots$
s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	$\cdots$
s^{n-2}	b_{n-2}	b_{n-4}	b_{n-6}	$\cdots$
s^{n-3}	c_{n-3}	c_{n-5}	c_{n-7}	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	

$$b_{n-2}=-\frac{a_n a_{n-3}-a_{n-1}a_{n-2}}{a_{n-1}}$$

$$b_{n-4}=-\frac{a_{n-2} a_{n-5}-a_{n-3}a_{n-4}}{a_{n-3}}$$

$$b_{n-6}=-\frac{a_{n-4} a_{n-7}-a_{n-5}a_{n-6}}{a_{n-5}}$$

$$b_{n-i}=-\frac{a_{n-i+2} a_{n-i-1}-a_{n-i+1}a_{n-i}}{a_{n-i+1}}$$

$$c_{n-3}=-\frac{a_{n-1} b_{n-4}-b_{n-2}a_{n-3}}{b_{n-2}}$$

$$c_{n-5}=-\frac{a_{n-3} b_{n-6}-b_{n-4}a_{n-5}}{b_{n-4}}$$

$$c_{n-7}=-\frac{a_{n-5} b_{n-8}-b_{n-6}a_{n-7}}{b_{n-6}}$$

$$c_{n-j}=-\frac{a_{n-j+2} b_{n-j-1}-b_{n-j+1}a_{n-j}}{b_{n-j+1}}$$

ラウス表の１列目（赤枠部分）が全て正の値なら、
その制御系は安定である

例題１

特性方程式

$$4s^4 + 12s^3 + 13s^2 + 6s + 1 = 0$$

$$a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

$$b_2 = -\frac{a_4 a_1 - a_3 a_2}{a_3} = -\frac{4 \cdot 6 - 12 \cdot 13}{12} = 11$$

$$b_0 = -\frac{a_2 \cdot 0 - a_1 a_0}{a_1} = a_0 = 1$$

$$c_1 = -\frac{a_3 b_0 - b_2 a_1}{b_2} = -\frac{12 \cdot 1 - 11 \cdot 6}{11} = \frac{54}{11}$$

$$d_0 = -\frac{b_2 \cdot 0 - c_1 b_0}{c_1} = b_0 = a_o = 1$$

ラウス表の１列目（赤枠部分）が全て正の値なので安定である

ラウス表

s^4	a_4	a_2	a_0
s^3	a_3	a_1	0
s^2	b_2	b_0	0
s^1	c_1	0	0
s^0	d_0	0	0

⇒

s^4	4	13	1
s^3	12	6	0
s^2	11	1	0
s^1	$\frac{54}{11}$	0	0
s^0	1	0	0

例題2

特性方程式

$$s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 5s + 3 = 0$$

$$a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

$$b_2 = -\frac{a_4 a_1 - a_3 a_2}{a_3} = -\frac{1 \cdot 4 - 2 \cdot 3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$b_0 = -\frac{a_2 \cdot 0 - a_1 a_0}{a_1} = a_0 = 3$$

$$c_1 = -\frac{a_3 b_0 - b_2 a_1}{b_2} = -\frac{2 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 5}{\frac{1}{2}} = -7$$

$$d_0 = -\frac{b_2 \cdot 0 - c_1 b_0}{c_1} = b_0 = a_o = 3$$

ラウス表の1列目（赤枠部分）が負の値を含むので不安定である

ラウス表

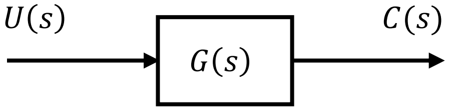
s^4	a_4	a_2	a_0
s^3	a_3	a_1	0
s^2	b_2	b_0	0
s^1	c_1	0	0
s^0	d_0	0	0

⇒

s^4	1	3	3
s^3	2	5	0
s^2	$\frac{1}{2}$	3	0
s^1	-7	0	0
s^0	3	0	0

フルビッツの安定判別法

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$$



特性方程式

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0 = 0$$

行列式を作る

$$H = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \cdots & 0 \\ 0 & a_n & a_{n-2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_0 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = a_{n-1}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix} = a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}$$
$$= a_{n-1}(a_{n-2}a_{n-3} - a_{n-1}a_{n-4}) - a_n(a_{n-3}a_{n-3} - a_{n-1}a_{n-5})$$

a_i , Δ_i が全て正の値なら、その制御系は安定である

例題Ⅰa

特性方程式

$$4s^4+12s^3+13s^2+6s+1=0$$

$$a_4s^4+a_3s^3+a_2s^2+a_1s+a_0=0$$

$$\Delta_3=\begin{vmatrix}a_3 & a_1 & 0\\ a_4 & a_2 & a_0\\ 0 & a_3 & a_1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}12 & 6 & 0\\ 4 & 13 & 1\\ 0 & 12 & 6\end{vmatrix}$$

$$=a_3(a_2a_1-a_3a_0)-a_4(a_1a_1-a_3\cdot 0)=12(13\cdot 6-12\cdot 1)-4(6\cdot 6-12\cdot 0)=648$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix}a_3 & a_1\\ a_4 & a_2\end{vmatrix}=a_3a_2-a_4a_1=12\cdot 13-4\cdot 6=132$$

$$\Delta_1=a_3=12$$

$a_i\ ,\Delta_i$ が全て正の値なので安定である

例題2a

特性方程式

$$s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 5s + 3 = 0$$

$$a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_0 \\ 0 & a_3 & a_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= a_3(a_2 a_1 - a_3 a_0) - a_4(a_1 a_1 - a_3 \cdot 0) = 2(3 \cdot 5 - 2 \cdot 3) - 1(5 \cdot 5 - 2 \cdot 0) = -7$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ a_4 & a_2 \end{vmatrix} = a_3 a_2 - a_4 a_1 = 2 \cdot 3 - 1 \cdot 5 = 1$$

$$\Delta_1 = a_3 = 2$$

$a_i\,, \Delta_i$ が負の値を含むので不安定である

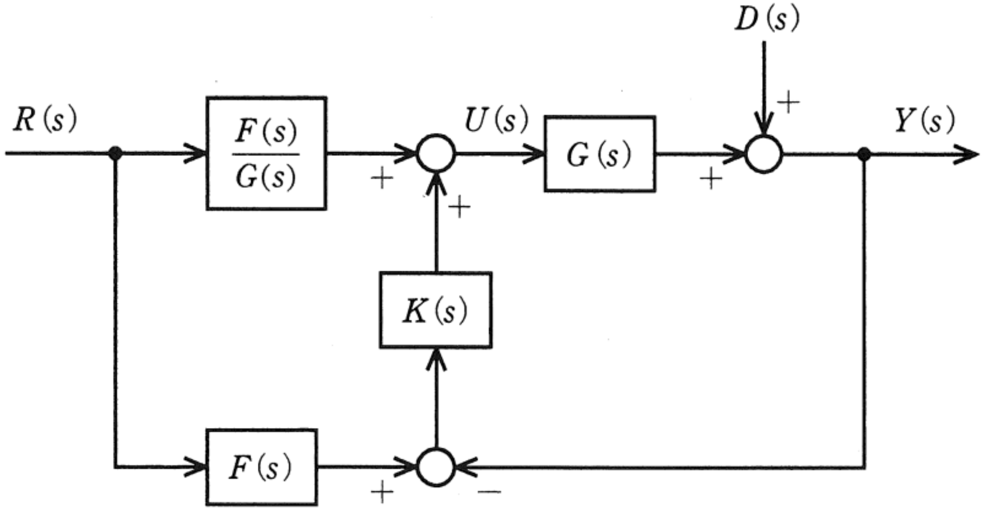
H23 問4（機械・制御）

問４　図のフィードバック制御系について，次の問に答えよ。ただし，$R(s)$，$U(s)$，$D(s)$，$Y(s)$は，それぞれ目標値 $r(t)$，操作量 $u(t)$，外乱 $d(t)$，出力 $y(t)$のラプラス変換を表す。また，$G(s)$は制御対象の伝達関数，$F(s)$及び $K(s)$は補償器の伝達関数を表す。

(1)　$R(s)=0$ のとき，$D(s)$から $Y(s)$までの伝達関数を求めよ。

(2)　$D(s)=0$ のとき，$R(s)$から $Y(s)$までの伝達関数を求めよ。

(3)　図において，$G(s)=\dfrac{1}{s^2}$，$F(s)=\dfrac{c}{s^2+as+b}$，$K(s)=K_P\left(1+\dfrac{1}{T_I s}+T_D s\right)$ とおく。$D(s)=0$ のとき，$R(s)$から $Y(s)$までの応答特性として，単位ステップ関数の目標値 $r(t)=1$ に対して出力 $y(t)$の定常値が 1 となり，かつ，減衰定数が 0.8，固有角周波数が 10〔rad/s〕を満たす 2 次系の補償器 $F(s)$の係数 a，b，c を求めよ。

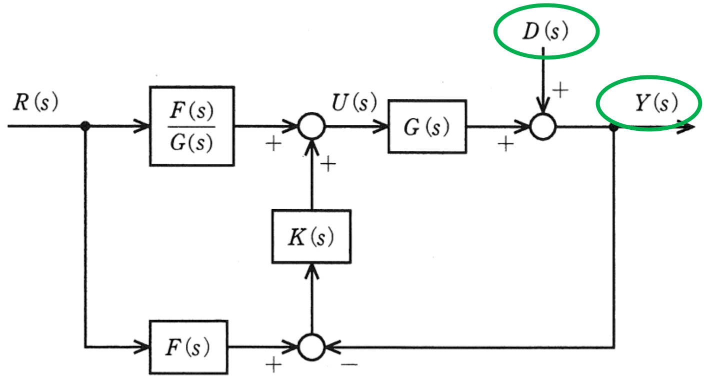


(4)　上記(3)の補償器 $K(s)$の名称を答えよ。また，各係数 K_P，T_I，T_D の名称についても答えよ。

(5)　上記(3)において，$F(s)$は安定な補償器であり，図の制御系全体の安定性は $F(s)$にはよらない。制御系全体が安定となるために補償器 $K(s)$の係数 K_P，T_I，T_D が満たさなければならない条件を求めよ。ただし，$K_P>0$，$T_I>0$，$T_D>0$ とする。

H23 問4（解説）

(3) 図において，$G(s)=\dfrac{1}{s^2}$，$F(s)=\dfrac{c}{s^2+as+b}$，$K(s)=K_P\left(1+\dfrac{1}{T_I s}+T_D s\right)$ とおく。



(5) 上記(3)において，$F(s)$は安定な補償器であり，図の制御系全体の安定性は$F(s)$にはよらない。制御系全体が安定となるために補償器$K(s)$の係数K_P，T_I，T_Dが満たさなければならない条件を求めよ。ただし，$K_P>0$，$T_I>0$，$T_D>0$とする。

外乱に対する制御量の安定性を考えればよいので、

$$Y=D+GU,\qquad U=-KY$$

$$\frac{Y}{D}=\frac{1}{1+GK}=\frac{1}{1+\frac{1}{s^2}\cdot K_P\left(1+\frac{1}{T_I s}+T_D s\right)}=\frac{s^3}{s^3+K_P T_D s^2+K_P s+\frac{K_P}{T_I}}$$

特性方程式より安定判別を行う

$$s^3+K_P T_D s^2+K_P s+\frac{K_P}{T_I}=0 \qquad a_3 s^3+a_2 s^2+a_1 s+a_0=0$$

ラウス表

s^3	a_3	a_1
s^2	a_2	a_0
s^1	b_1	0
s^0	c_0	0

→

s^3	1	K_P
s^2	$K_P T_D$	K_P/T_I
s^1	$-\frac{1}{T_I T_D}+K_P$	0
s^0	K_P/T_I	0

$$b_1=-\frac{a_3 a_0-a_2 a_1}{a_2}=-\frac{1\cdot\frac{K_P}{T_I}-K_P\cdot K_P T_D}{K_P T_D}=-\frac{1}{T_I T_D}+K_P$$

$$c_0=-\frac{a_2\cdot 0-b_1 a_0}{b_1}=a_0=\frac{K_P}{T_I}$$

$$-\frac{1}{T_I T_D}+K_P>0\ \rightarrow\ \therefore K_P>\frac{1}{T_I T_D}$$

H23　問4（解説/別解）

特性方程式より安定判別を行う

$s^3 + K_P T_D s^2 + K_P s + \frac{K_P}{T_I} = 0$　　$a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_P T_D & K_P/T_I & 0 \\ 1 & K_P & 0 \\ 0 & K_P T_D & K_P/T_I \end{vmatrix}$$

$$= a_2(a_1 a_0 - a_2 \cdot 0) - a_3(a_0 a_0 - a_2 \cdot 0) = a_0(a_2 a_1 - a_3 a_0) = \frac{K_P}{T_I}\left(K_P T_D \cdot K_P - 1 \cdot \frac{K_P}{T_I}\right)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = a_2 a_1 - a_3 a_0 = K_P T_D \cdot K_P - 1 \cdot \frac{K_P}{T_I}$$

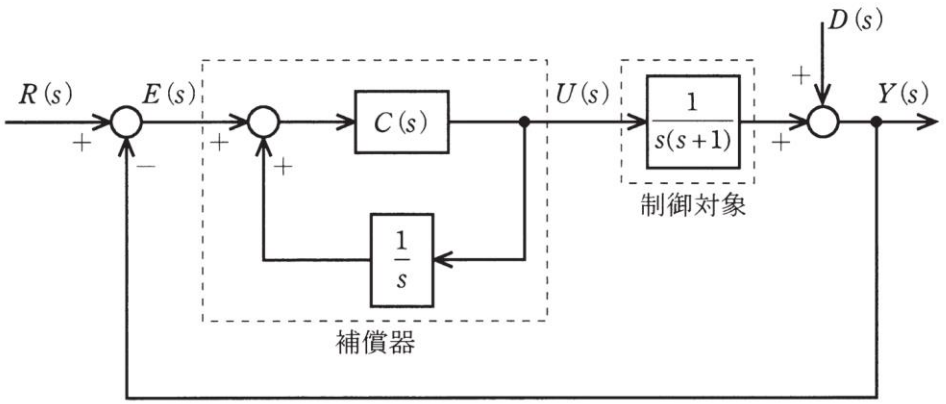
$$\Delta_1 = a_2 = K_P T_D$$

$$K_P T_D \cdot K_P - 1 \cdot \frac{K_P}{T_I} > 0 \ \rightarrow K_P T_D - \frac{1}{T_I} > 0$$

$$\therefore K_P > \frac{1}{T_I T_D}$$

H24　問4（機械・制御）

問４　図のフィードバック制御系について，次の問に答えよ。ただし，$R(s)$，$E(s)$，$U(s)$，$D(s)$及び$Y(s)$は，目標値$r(t)$，偏差$e(t)$，制御入力$u(t)$，外乱$d(t)$及び出力$y(t)$をそれぞれラプラス変換したものであり，$C(s)$は点線で囲んだ補償器内の補償要素の伝達関数を表す。



(1)　$D(s)=0$ の場合，制御対象だけを取り出したとき，$u(t)$として単位ステップ入力を加えたときの出力応答$y(t)$を求めよ。

(2)　点線で囲んだ補償器だけを取り出したとき，$E(s)$から$U(s)$までの伝達関数を求めよ。

(3)　図のフィードバック制御系において，$R(s)=0$ のとき，$D(s)$から$E(s)$までの伝達関数を求めよ。

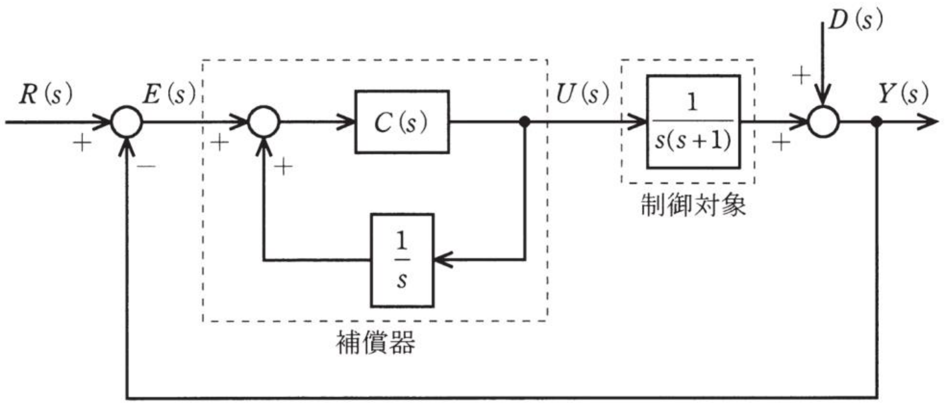
(4)　$R(s)=0$ の場合，$C(s)$として，$C(s)=\dfrac{s}{Ts+1}$ を選んだとき，外乱$d(t)$がランプ関数 $d(t)=t$　$(t \geqq 0)$で与えられるときの定常速度偏差を求めよ。

(5)　(4)の$C(s)$を選んだとき，外乱$d(t)$の影響が偏差$e(t)$に現れないようにするには，$C(s)$の時定数Tをどのように選べばよいかを説明せよ。

(6)　点線で囲んだ補償器を$K_1+\dfrac{K_2}{s}$ に置き換えたときのフィードバック制御系が安定となる条件を求めよ。

H24 問4（解説）

問４　図のフィードバック制御系について，次の問に答えよ。ただし，$R(s)$，$E(s)$，$U(s)$，$D(s)$及び$Y(s)$は，目標値$r(t)$，偏差$e(t)$，制御入力$u(t)$，外乱$d(t)$及び出力$y(t)$をそれぞれラプラス変換したものであり，$C(s)$は点線で囲んだ補償器内の補償要素の伝達関数を表す。



(1)　$D(s)=0$ の場合，制御対象だけを取り出したとき，$u(t)$として単位ステップ入力を加えたときの出力応答$y(t)$を求めよ。

$$u(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} U(s) = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = \frac{1}{s(s+1)}U(s) = \frac{1}{s(s+1)} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s^2(s+1)} = \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1}$$

$$Y(s) \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} y(t)$$

$$y(t) = t - 1 + \mathrm{e}^{-t}$$

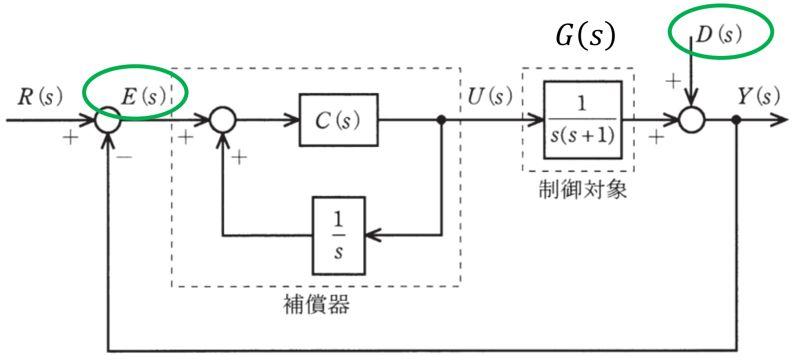
(2)　点線で囲んだ補償器だけを取り出したとき，$E(s)$から$U(s)$までの伝達関数を求めよ。

$$U = CE + \frac{1}{s}CU \rightarrow U - \frac{1}{s}CU = CE$$

$$\frac{U}{E} = \frac{C}{1 - \frac{1}{s}C} = \frac{sC}{s - C}$$

H24 問4（解説）

問４　図のフィードバック制御系について，次の問に答えよ。ただし，$R(s)$，$E(s)$，$U(s)$，$D(s)$ 及び $Y(s)$ は，目標値 $r(t)$，偏差 $e(t)$，制御入力 $u(t)$，外乱 $d(t)$ 及び出力 $y(t)$ をそれぞれラプラス変換したものであり，$C(s)$ は点線で囲んだ補償器内の補償要素の伝達関数を表す。



(3)　図のフィードバック制御系において，$R(s)=0$ のとき，$D(s)$ から $E(s)$ までの伝達関数を求めよ。

$$Y = D + GU, \qquad E = -Y, \qquad U = \frac{sC}{s-C}E$$

$$E = -\left(D + G\frac{sC}{s-C}E\right)$$

$$\frac{E}{D} = -\frac{1}{1+G\dfrac{sC}{s-C}} = -\frac{1}{1+\dfrac{1}{s(s+1)}\cdot\dfrac{sC}{s-C}} = -\frac{s(s+1)(s-C)}{s(s+1)(s-C)+sC}$$

$$= -\frac{(s+1)(s-C)}{(s+1)(s-C)+C} = -\frac{(s+1)(s-C)}{s^2+(1-C)s}$$

(4)　$R(s)=0$ の場合，$C(s)$ として，$C(s)=\dfrac{s}{Ts+1}$ を選んだとき，外乱 $d(t)$ がランプ関数 $d(t)=t$ $(t\geqq 0)$ で与えられるときの定常速度偏差を求めよ。

$$\frac{E}{D} = -\frac{(s+1)(s-C)}{s^2+(1-C)s} = -\frac{(s+1)\left(s-\dfrac{s}{Ts+1}\right)}{s^2+\left(1-\dfrac{s}{Ts+1}\right)s}$$

$$= -\frac{1}{s}\frac{(s+1)\left(\dfrac{Ts^2+s-s}{Ts+1}\right)}{\dfrac{Ts^2+s+Ts+1-s}{Ts+1}} = -\frac{s+1}{s}\cdot\frac{Ts^2}{Ts^2+Ts+1} = -\frac{Ts(s+1)}{Ts^2+Ts+1}$$

$$d(t) = t \xrightarrow{\mathcal{L}} D(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$E = -\frac{Ts(s+1)}{Ts^2+Ts+1}D(s) = -\frac{Ts(s+1)}{Ts^2+Ts+1}\cdot\frac{1}{s^2}$$

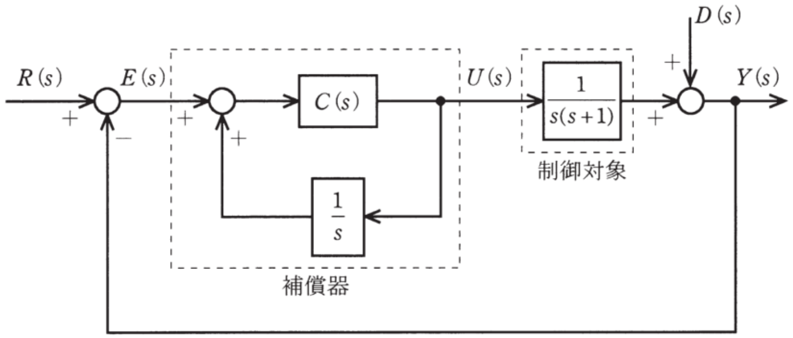
$$e_v = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s\cdot\left(-\frac{Ts(s+1)}{Ts^2+Ts+1}\cdot\frac{1}{s^2}\right) = -T$$

(5)　(4) の $C(s)$ を選んだとき，外乱 $d(t)$ の影響が偏差 $e(t)$ に現れないようにするには，$C(s)$ の時定数 T をどのように選べばよいかを説明せよ。

時定数Tはできるだけ小さくするのがよい

H24 問4（解説）

（6） 点線で囲んだ補償器を $K_1+\frac{K_2}{s}$ に置き換えたときのフィードバック制御系が安定となる条件を求めよ。



$$\frac{Y}{R}=\frac{\left(K_1+\frac{K_2}{s}\right)\frac{1}{s(s+1)}}{1+\left(K_1+\frac{K_2}{s}\right)\frac{1}{s(s+1)}}=\frac{sK_1+K_2}{s^2(s+1)+sK_1+K_2}=\frac{sK_1+K_2}{s^3+s^2+sK_1+K_2}$$

特性方程式より安定判別を行う

$s^3+s^2+sK_1+K_2=0$

$a_3s^3+a_2s^2+a_1s+a_0=0$

ラウス表

s^3	a_3	a_1
s^2	a_2	a_0
s^1	b_1	0
s^0	c_0	0

s^3	1	K_1
s^2	1	K_2
s^1	K_1-K_2	0
s^0	K_2	0

$$b_1=-\frac{a_3a_0-a_2a_1}{a_2}=-\frac{1\cdot K_2-1\cdot K_1}{1}=K_1-K_2$$

$$c_0=-\frac{a_2\cdot 0-b_1a_0}{b_1}=a_0=K_2$$

$K_1-K_2>0\ \rightarrow K_1>K_2$

$\therefore K_1>K_2>0$

H24 問4（解説/別解）

特性方程式より安定判別を行う

$s^3 + s^2 + sK_1 + K_2 = 0$

$a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & K_2 & 0 \\ 1 & K_1 & 0 \\ 0 & 1 & K_2 \end{vmatrix}$$

$$= a_2(a_1 a_0 - a_2 \cdot 0) - a_3(a_0 a_0 - a_2 \cdot 0) = a_0(a_2 a_1 - a_3 a_0) = K_2(1 \cdot K_1 - 1 \cdot K_2)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} = a_2 a_1 - a_3 a_0 = 1 \cdot K_1 - 1 \cdot K_2$$

$$\Delta_1 = a_2 = 1$$

$K_1 - K_2 > 0 \ \rightarrow K_1 > K_2$

$\therefore K_1 > K_2 > 0$

ご聴講ありがとう
ございました!!